

Einführung in die Prozentrechnung

In diesem Beitrag gebe ich eine Einführung in die Prozentrechnung inklusive der Berechnungsformeln. Als erstes hilft es, zu verstehen: Der Begriff „Prozent“ bedeutet „von Hundert“. Es wird mit dem mathematischen Zeichen % dargestellt. Als Formelzeichen verwendet man den Buchstaben p. Prozentzahlen zeigen immer einen relativen Vergleich zu einem Ganzen. Da Prozent nichts anderes bedeutet als „ein Hundertstel“, sind hundert Prozent (100 %) ein Ganzes. Und genau zu diesem Ganzen, also zu den 100 % vergleicht man.

Beispiel:

Zum Beispiel gibt man bei Lebensmitteln Nährwerte für eine Menge wie 100 g oder 100 ml an. Joghurt mit einem Fettgehalt von 1,5 % bedeutet, dass in 100 g Joghurt 1,5 g Fett enthalten sind.

Wichtig ist: es handelt sich hierbei um eine relative Angabe, das heißt mehr Joghurt hat mehr Fett und weniger eben weniger. Wenn man nun einen großen Becher mit 500 g isst, so sind es schon 7,5 g Fett.

Deshalb sollte man beim Einkaufen immer darauf achten, ob es sich um eine relative Größe handelt, zum Beispiel 1,5 %, oder um eine absolute, zum Beispiel 1,5 Gramm.

Beziehung zu Bruchzahlen

Wenn in einer Klasse 50 % Jungen sind, dann sind es also 50 von 100. Wie wir bei der Bruchrechnung gelernt haben, kann man das auf 1 von 2 kürzen, es ist also die Hälfte. Deshalb kann man auch sagen: Die Hälfte der Schüler sind Jungen. Prozentzahlen sind also eine Darstellungsmethode für Bruchzahlen. Die Prozentrechnung ist eine besondere Form des Bruchrechnens, nämlich das Rechnen mit Hundertsteln. Deshalb lassen sich Prozentangaben durch Brüche, sowie Dezimalzahlen darstellen und umgekehrt. Hier eine Gegenüberstellung:

Prozent	1%	12%	90%	100%	120%	300%
als Bruch	$\frac{1}{100}$	$\frac{12}{100}$	$\frac{90}{100}$	$\frac{100}{100}$	$\frac{120}{100}$	$\frac{300}{100}$
dezimal	0,01	0,12	0,9	1,0	1,2	3

In der Mathematik ist es wichtig, Begriffe exakt zu definieren. Deshalb erkläre ich hier die Begriffe Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz anhand eines einfachen

Beispiel:

Diesen Text finden Sie auch auf <https://123mathe.de/prozentrechnen>

Von den 50 Schülern einer Jahrgangsstufe (Grundwert) mögen 10 weiße Schokolade (Prozentwert). Das sind 20% (Prozentsatz).

Prozentsatz:

$$p\% = \frac{W}{G} \cdot 100\%$$

Der Prozentsatz $p\%$ ist der Anteil am Ganzen in Prozent (im Beispiel 20%).

Der Prozentsatz ist hier die Antwort auf die Frage: „Wieviel Prozent der Schüler mögen weiße Schokolade, wenn es 10 Schüler von 50 Schülern sind?“

Prozentwert:

$$W = G \cdot p\%$$

Unter dem Prozentwert versteht man einen Anteil an etwas Ganzem. In unserem Beispiel mögen 10 Schüler von 50 Schülern weiße Schokolade. Das bedeutet, das 50 Schüler der Grundwert ist und 10 der Prozentwert.

Der Prozentwert ist hier die Antwort auf die Frage: „Wie viele Schüler sind 20% von 50 Schülern?“

Oder in dem Beispiel: Wenn 20 % einer Jahrgangsstufe mit 50 Schülern weiße Schokolade mögen, viele Schüler sind das?

Grundwert:

$$G = \frac{W}{p\%}$$

Der Grundwert steht für das Ganze, das 100% entsprechen soll (im Beispiel die gesamte Jahrgangsstufe, also 50 Schüler).

Er ist hier die Antwort auf die Frage: „Wenn 20% der Jahrgangsstufe weiße Schokolade mögen und es genau 10 Schüler sind, wie viele Schüler hat dann die ganze Jahrgangsstufe?“

Diesen Text finden Sie auch auf <https://123mathe.de/prozentrechnen>

Berechnungsformeln

Wie in dem Beispiel gerade, kennen wir oft zwei dieser drei Begriffe und suchen den dritten. Deshalb gibt es für jeden dieser Fälle eine Formel:

$p\% = \frac{W}{G} \cdot 100\%$	$W = G \cdot p\%$	$G = \frac{W}{p\%}$
---------------------------------	-------------------	---------------------

G: Grundwert

W: Prozentwert

p%: Prozentsatz

Grundwert: Das Ganze gibt den Grundwert an, das entspricht 100%.

Prozentsatz: Der Prozentsatz gibt an, welcher Anteil vom Ganzen zu bilden ist.

Prozentwert: Der Prozentwert gibt an, wie groß der Anteil ist.

Mit Hilfe der obigen Formeln können wir jetzt jede Fragestellung beim Prozentrechnen beantworten:

Der Prozentwert wird berechnet

Herr Jockel lässt sein Haus durch einen Makler für 450 000 € verkaufen. Der Makler erhält 3,5% Provision.

Wie hoch ist die Provision in absoluten Zahlen, also in Euro? In diesem Fall suchen wir den Prozentwert:

$$G = 450000\text{€}$$

$$p = 3,5\%$$

$$W = ?$$

$$W = G \cdot p\% = G \cdot \frac{p}{100} = 450000\text{€} \cdot \frac{3,5}{100} = \underline{\underline{15750\text{€}}}$$

Die Provision beträgt 15750 €.

Der Grundwert ist das Ganze, also $G = 450\,000\text{ €}$.

Prozentsatz $p = 3,5\%$ bedeutet, es ist der Anteil 3,5 von 100 vom Grundwert zu bilden.

Das ist dann der Prozentwert.

Diesen Text finden Sie auch auf <https://123mathe.de/prozentrechnen>

Der Prozentsatz wird berechnet

Ein Gebrauchtwagenhändler kaufte ein Auto für 12400 €. Nach einiger Zeit konnte er den Wagen für 13200 € weiterverkaufen.

Wie viel Prozent betrug sein Gewinn? Diesmal suchen wir den Prozentsatz:

Zuerst ist der Gewinn zu berechnen.

$$\text{Gewinn} : W = 13200\text{€} - 12400\text{€} = 800\text{€}$$

$$G = 12400\text{€}$$

$$p\% = ?$$

$$p\% = \frac{W}{G} = \frac{800\text{€}}{12400\text{€}} = 0,0645 = \underline{\underline{6,45\%}}$$

Antwort:

Der Gewinn betrug 6,45%.

Der Grundwert wird berechnet

Beim Kauf einer Wohnzimmereinrichtung werden 30% angezahlt. Dies sind 3852 €.

Wie hoch ist der Kaufpreis? Hier suchen wir den Grundwert.

$$p\% = 30\%$$

$$W = 3852\text{€}$$

$$G = ?$$

$$G = \frac{W}{p\%} = \frac{3852\text{€}}{30\%} = 3852 : \frac{30}{100} = \underline{\underline{12840\text{€}}}$$

Antwort:

Der Kaufpreis beträgt 12840 €.

Diesen Text finden Sie auch auf <https://123mathe.de/prozentrechnen>

Berechnung vermehrter Grundwert

Nach einer Mieterhöhung von 4% muss eine Familie jetzt 520,00 € an Miete zahlen.

Wie hoch war die ursprüngliche Miete und wie hoch die Mieterhöhung in €?

Das bedeutet: Der Grundwert, also die Miete, hat sich um 4 % erhöht. Da der Grundwert immer 100 % beträgt, also auf 104 %.

$$W = 520\text{€}$$

$$p\% = 104\%$$

$$G = ?$$

$$G = \frac{W}{p\%} = \frac{520}{104\%} = 520 : \frac{104}{100} = 520 \cdot \frac{100}{104} = \underline{\underline{500\text{€}}} \text{ alter Mietpreis}$$

$$\text{Mieterhöhung} : 520\text{€} - 500\text{€} = 20\text{€}$$

Antwort:

Die ursprüngliche Miete betrug 500 €. Die Mieterhöhung beträgt 20 €.

Die 4% Mieterhöhung bezieht sich auf die zuvor gezahlte Miete. Das ist der Grundwert oder auch 100%. Der neue Mietpreis setzt sich aus der alten Miete und 4% davon zusammen. 104% bedeutet, die neue Miete ist 1,04 mal höher als die ursprüngliche.

Berechnung verminderter Grundwert

Nach einer Preissenkung von 10% kostet eine Ware nur noch 108 €.

Wie hoch war der ursprüngliche Verkaufspreis?

Diesmal hat sich der Grundwert um 10 %, also auf 90 % verringert.

$$W = 108\text{€}$$

$$p\% = 90\%$$

$$G = ?$$

$$G = \frac{W}{p\%} = \frac{108\text{€}}{90\%} = 108 : \frac{90}{100} = 108 \cdot \frac{100}{90} = \underline{\underline{120\text{€}}}$$

Antwort:

Der ursprüngliche Verkaufspreis betrug 120 €

Die 10% Preissenkung beziehen sich auf den alten Verkaufspreis. Das ist der Grundwert oder auch 100%. Der herabgesetzte Preis kommt zustande, indem man von dem alten Preis die 10% Preissenkung abzieht. 90% bedeutet, der heruntergesetzte Preis ist nur 0,9 mal so groß wie der ursprüngliche Preis.