Musterbeispiele zum Dreisatz

1.	Ein Pkw verbraucht auf 100 km 9,6 Liter Benzin. Mit einer Tankfüllung kommt er 540 km weit. Wie viel Liter fasst der Tank? Das Ergebnis ist auf ganze Liter aufzurunden.

Einfacher Dreisatz proportional.

100 km 9,6 Liter
540 km ? Liter

100 km 9,6 Liter
1 km der 100. Teil
540 km 540 mal soviel

$$\frac{9{,}6\text{Liter}\cdot 540}{100} = 51{,}84\text{Liter} \approx 52\text{Liter}$$

Es handelt sich um einen proportionalen Zusammenhang. Je mehr Kilometer das Auto fährt, desto mehr Liter Benzin benötigt es.

In Kurzform:

je mehr km,
desto mehr Liter $\Rightarrow$ proportional

Antwort: Der Tank fasst **52 Liter**.

Bemerkung:
Zwischenergebnisse sind nicht nötig, die Zahl vor dem Wort "mal" steht in der Rechnung auf dem Bruchstrich, die Zahl vor dem Wort "Teil" steht im Nenner. Das gilt für alle Aufgaben.

2.	Drei Pflasterer benötigen für eine Hofeinfahrt 11,5 Stunden. Wie lange brauchen 5 Pflasterer?

Einfacher Dreisatz antiproportional.

3 Pflasterer 11,5 h
5 Pflasterer ? h

3 Pflasterer 11,5 h
1 Pflasterer 3 mal solange
5 Pflasterer den 5. Teil der Zeit

$$\frac{11{,}5\text{h}\cdot 3}{5} = 6{,}9\text{h}$$

Dies ist ein Beispiel für einen antiproportionalen Zusammenhang. Je mehr Pflasterer arbeiten, desto schneller sind sie fertig, also desto weniger Stunden brauchen sie.

In Kurzform:

je mehr Pflasterer,
desto weniger Stunden
$\Rightarrow$ antiproportional

Antwort: 5 Pflasterer brauchen 6,9 Stunden, also etwa **7 Stunden**.

3.	Ein 7 m^2 großes Kupferblech ist 5 mm dick und wiegt 313,6 kg. Wie viel wiegt ein 6 mm dickes Kupferblech, das eine Fläche von 4 m^2 hat? Es ist auf ganze Kilogramm zu runden.

Zweifach verschachtelter Dreisatz proportional- proportional.

Zuerst wird über die Fläche, dann über die Dicke geschlossen.

7 m^2 Blech	5 mm dick	313,6 kg
4 m^2 Blech	6 mm dick	? kg
7 m^2 Blech	5 mm dick	313,6 kg
1 m^2 Blech	5 mm dick	den 7. Teil
4 m^2 Blech	5 mm dick	4 mal soviel
4 m^2 Blech	1 mm dick	den 5. Teil
4 m^2 Blech	6 mm dick	6 mal soviel

$$\frac{313{,}6\text{kg}\cdot 4\cdot 6}{7\cdot 5} = 215{,}04\text{kg} \approx 215\text{kg}$$

Hier beeinflussen zwei Faktoren das Gewicht: Je dicker und größer das Blech ist, desto schwerer ist es. Deshalb sind hier mehrere Rechenschritte notwendig.

je mehr mm,
desto schwerer das Blech
$\Rightarrow$ proportional

je mehr m^2,
desto schwerer das Blech
$\Rightarrow$ proportional

Das Kupferblech wiegt etwa **215 kg**.

4.	Um eine Fläche von 720 m^2 zu pflastern, brauchen 7 Maurer 160 h. Wie lange benötigen 5 Maurer für eine Fläche von 600 m^2 ? Die Zeit ist in Stunden und Minuten anzugeben.

Zweifach verschachtelter Dreisatz antiproportional- proportional.

Zuerst wird über die Maurer, dann über die Fläche geschlossen.

7 Maurer	720 m^2	160 h
5 Maurer	600 m^2	? h
7 Maurer	720 m^2	160 h
1 Maurer	720 m^2	7 mal solange
5 Maurer	720 m^2	den 5. Teil der Zeit
5 Maurer	1 m^2	den 720. Teil der Zeit
5 Maurer	600 m^2	600 mal solange

$$\frac{160\text{h}\cdot 7\cdot 600}{5\cdot 720} = 186{,}\overline{6}\text{ h} = 186\frac{2}{3}\text{ h} = 186\text{ h }40\text{ min}$$

Hier handelt es sich um eine Mischung aus einer proportionalen und einer antiproportionalen Beziehung: Je mehr Maurer pflastern, desto schneller sind sie fertig. Je größer die Fläche ist, desto länger brauchen sie.

je mehr Maurer,
desto weniger Stunden
$\Rightarrow$ antiproportional

je mehr m^2,
desto mehr Stunden
$\Rightarrow$ proportional

Um eine Fläche von 600 m^2 zu pflastern, brauchen 5 Maurer **186 h 40 min**.

5.	Zwölf Einschaler haben bei 9- stündiger Arbeitszeit in 7 Tagen 390 m^2 Betonschalung hergestellt. Wie viel Einschaler sind bei gleicher Leistung einzusetzen, wenn in insgesamt 21 Tagen 2340 m^2 Betonschalung hergestellt werden müssen, und die tägliche Arbeitszeit statt der 9, nur noch 8 Stunden beträgt?

Dreifach verschachtelter Dreisatz proportional- antiproportional- antiproportional.

Zuerst wird über die Fläche, dann über die Tage und dann über die Zeit geschlossen.

$390\,m^2$	7T	9h	12E
$2340\,m^2$	21T	8h	?
$390\,m^2$	7T	9h	12E
$1m^2$	7T	9h	den 390. Teil
$2340\,m^2$	7T	9h	2340 mal soviel
$2340\,m^2$	1T	9h	7 mal soviel
$2340\,m^2$	21T	9h	den 21. Teil
$2340\,m^2$	21T	1h	9 mal soviel
$2340\,m^2$	21T	8h	den 8. Teil

$$\frac{12E\cdot 2340\cdot 7\cdot 9}{390\cdot 21\cdot 8}=\underline{\underline{27E}}$$

Achtung: Hier wird nach der Anzahl der Einschaler gefragt, die benötigt werden! Wir haben hier wieder eine Mischung aus proportionalen und antiproportionalen Zusammenhängen: Je größer die einzuschalende Fläche ist, desto mehr Einschaler werden benötigt.
Je mehr Zeit zur Verfügung steht, desto weniger Einschaler braucht man. Je geringer die Arbeitszeit pro Tag ist, desto mehr Einschaler braucht man.

je mehr m^2,
desto mehr Einschaler
$\Rightarrow$ proportional

je mehr Tage,
desto weniger Einschaler
$\Rightarrow$ antiproportional

je weniger Stunden,
desto mehr Einschaler
$\Rightarrow$ antiproportional

Antwort: Es werden **27 Einschaler** benötigt.

Grundsatz:
Bei Dreisatzrechnungen sind die Zuordnungen entweder proportional oder antiproportional.

Merke	<u>proportional:</u> Eine Zuordnung zwischen zwei Größen heißt proportional, wenn gilt: Multipliziert man die eine Größe mit einer Zahl, so muss man auch die andere Größe mit derselben Zahl multiplizieren.

Beispiel:

doppelte Menge → doppelte Kosten   halbe Menge → halbe Kosten

	Menge	Kosten	
·2	4	6	·2
	8	12	

	Menge	Kosten	
: 2	12	18	: 2
	6	9	

entsprechend gilt auch

vierfache Menge → vierfache Kosten

ein Viertel der Menge → ein Viertel der Kosten

Merke	<u>antiproportional:</u> Eine Zuordnung zwischen zwei Größen heißt antiproportional oder auch umgekehrt proportional, wenn gilt: Multipliziert man die eine Größe mit einer Zahl, so muss man die andere Größe durch derselbe Zahl dividieren.

Beispiel:

doppelte Geschwindigkeit → halbe Zeit   halbe Geschwindigkeit → doppelte Zeit

	$v\left[\frac{km}{h}\right]$	$t\,[h]$	
·2	60	8	: 2
	120	4	

	$v\left[\frac{km}{h}\right]$	$t\,[h]$	
: 2	100	6	·2
	50	12	

entsprechend gilt auch

vierfache Geschwindigkeit → ein Viertel der Zeit

ein Viertel der Geschwindigkeit → vierfache Zeit

Der einfache Dreisatz kann auch in verkürzter Form tabellarisch durchgeführt werden.

Beispiele:

5 kg Bananen kosten 9 €. Wie teuer sind 7 kg Bananen derselben Sorte?	Bei einer mittleren Geschwindigkeit von 60 km/h dauert die Fahrt von Duisburg nach Frankfurt 5 Stunden. Wie lange dauert die Fahrt bei einer mittleren Geschwindigkeit von 80 km/h?
<u>proportional</u>	<u>antiproportional</u>

	kg	Euro	
: 5	5	9	: 5
·7	1	1,80	·7
	7	12,60	

7 kg Bananen kosten 12,60€.

	km / h	h	
: 60	60	5	·60
·80	1	300	: 80
	80	3,75	

Bei einer mittleren Geschwindigkeit von 80 km/h dauert die Fahrt 3,75 Stunden.