

Lösungen Exponentialgleichungen VI

Ergebnisse:

| | |
|----|---|
| E1 | Aufgabe |
| | Lösen Sie ohne Taschenrechner: $\frac{x^2}{e^2} - \frac{1}{4}e^{-2} = 0$ |
| E1 | Ergebnis |
| | $\frac{x^2}{e^2} - \frac{1}{4}e^{-2} = 0 \mid \cdot e^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$ |
| E2 | Aufgabe |
| | Bestimmen Sie k so, dass $x = \ln 2$ Lösung von $4x^2e^{-x} = kx$ ist. |
| E2 | Ergebnis |
| | $x = \ln 2$ einsetzen ergibt: $2(\ln 2)^2 = a(\ln 2) \Leftrightarrow a = 2\ln 2$ |
| E3 | Aufgabe |
| | Für welche Werte von k hat die Gleichung $(e^{2x} - 3)^2 + k - 1 = 0$ keine Lösung? |
| E3 | Ergebnis |
| | $(e^{2x} - 3)^2 = 1 - k$; keine Lösung für $k > 1$ |
| E4 | Aufgabe |
| | Schreiben Sie als Exponentialgleichung zur Basis e und lösen Sie |
| | a) $1,075^x = 2$ b) $2500 \cdot 0,855^x = 1000$ c) $60 \cdot 10^{-0,025x} = 20$ |
| E4 | Ergebnisse |
| | a) $1,075^x = 2 \Leftrightarrow e^{0,072x} = 2$ für $x = 9,627$ |
| | b) $2500 \cdot 0,855^x = 1000 \Leftrightarrow e^{-0,1567x} = 0,4$ für $x = 5,847$ |
| | c) $60 \cdot 10^{-0,025x} = 20 \Leftrightarrow 10^{-0,025x} = \frac{1}{3}$ für $x = 19,08$ |

| | |
|----|--|
| E5 | Aufgabe |
| | Geben Sie mögliche Werte für a und b an, so dass die Gleichung $a^x = b$ die Lösungen $x = 2$; $x = 0$; bzw keine Lösung hat. Begründen Sie: $2^x = b$ hat höchstens eine Lösung. |
| E5 | Ergebnis |
| | $a^x = b$ hat die Lösung $x = 2$ für $a = 2$; $b = 4$ $a^x = b$ hat die Lösung $x = 0$ für $a = 2$; $b = 1$ $a^x = b$ hat keine Lösung für $a > 0$ und $b < 0$ $2^x = b \Leftrightarrow x = \frac{\ln b}{\ln 2}$ für jedes $b > 0$ genau eine Lösung. |
| E6 | Aufgabe |
| | Zeigen Sie: Die Gleichung $(e^x - k)^2 = k^2$ hat für jedes $k > 0$ genau eine Lösung. |
| E6 | Ergebnis |
| | $(e^x - k) = k \vee (e^x - k) = -k \Leftrightarrow e^x = 2k \vee e^x = 0$ oder durch Ausmultiplizieren: $e^{2x} - 2ke^x = e^x(e^x - 2k) = 0$ |
| E7 | Aufgabe |
| | Für welche Werte von k hat folgende Gleichung Lösungen: $ke^{2x} - e^{3x} = 0$? |
| E7 | Ergebnis |
| | $e^{2x}(k - e^x) = 0$ hat eine Lösung für $k > 0$ |
| E8 | Aufgabe |
| | Für welche Werte von k hat die Gleichung $kx^2 = x^2e^{0,5x}$ eine positive Lösung? |
| E8 | Ergebnis |
| | $x^2(k - e^{0,5x}) = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = 0 \vee x_3 = 2 \ln k > 0$ für $k > 1$ |
| E9 | Aufgabe |
| | Lösen Sie das Gleichungssystem: $x - ye^{-0,5} = 0,5 \wedge x - ye^{-0,4} = 1,05$ |
| E9 | Ergebnis |
| | $x - ye^{-0,5} = 0,5 \wedge x - ye^{-0,4} = 1,05 \Rightarrow L = \{-4,73; -8,62\}$ |

| | |
|-----|--|
| E10 | Aufgabe |
| | Zeigen Sie: $e^x + e^{-x} \geq 1$ für $x \in \mathbb{R}$ |

| | |
|-----|--|
| E10 | Ergebnis |
| | Für $x \geq 0$: $e^x \geq 1$ und $e^{-x} > 0$; für $x < 0$: $e^x > 0$ und $e^{-x} > 1$ für $x \in \mathbb{R}$ |

| | |
|-----|--|
| E11 | Aufgabe |
| | Zeigen Sie: |
| | a) $e^{2x} + ke^x - 1 = 0$ hat für $k > 0$ genau eine Lösung. |
| | b) $\left(2k - 6x + \frac{2x^2}{k}\right) \cdot e^{kx} = 0$ hat für $k > 0$ zwei Lösungen. Bestimmen Sie die Lösung(en) in Abhängigkeit von k . |

| | |
|-----|---|
| E11 | Ergebnisse |
| | a) Substitution: $u = e^x$ ergibt $u^2 + ku - 1 = 0 \Leftrightarrow u_{1/2} = -0,5(k \pm \sqrt{k^2 + 4})$ $u_1 = -0,5(k - \sqrt{k^2 + 4}) > 0$; $u_2 < 0$, also für $k > 0$ genau eine Lösung: $x = \ln u_1$ |
| | b) $k^2 - 3kx + x^2 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{k}{2}(3 \pm \sqrt{5})$ wegen $D > 0$ zwei Lösungen. |

| | |
|-----|--|
| E12 | Aufgabe |
| | Eine Bakterienkultur enthält zur Zeit $N = 118$ Bakterien. Sie wächst täglich um 18%. |
| | a) Nach wie viel Tagen überschreitet die Kultur die Millionengrenze? |
| | b) Zu Beginn der Beobachtung waren es 6 Bakterien, wie viel Tage sind vergangen? |

| | |
|-----|--|
| E12 | Ergebnisse |
| | a) $N = 118$; 18% entspricht einem Wachstumsfaktor von 1,18 $118 \cdot 1,18^x = 10^6$ für $x = 56,65$ (Tage) |
| | b) $118 \cdot 1,18^x = 6$ für $x = -18$ (Tage), also sind 18 Tage seither vergangen. |

| | |
|-----|---|
| E13 | Aufgabe |
| | Ein radioaktiver Stoff zerfällt. Dabei nimmt seine Masse täglich um 8% ab. |
| a) | Wie viel g sind nach 14 Tagen noch vorhanden, wenn es ursprünglich 250 g waren? |
| b) | Nach wie vielen Tagen sind 95% seiner Masse zerfallen? |
| c) | Wie viel Tage beträgt die Halbwertszeit? |

| | |
|-----|--|
| E13 | Ergebnisse |
| a) | Zerfallsfaktor 0,92 \Rightarrow y ist der Bestand zum Zeitpunkt x (x in Tagen) also $y = 250 \text{ g} \cdot 0,92^x$ nach 14 Tagen: $y = 250 \text{ g} \cdot 0,92^{14} \approx 77,8 \text{ g}$ |
| b) | 95% zerfallen: Bestand noch 5% $\Rightarrow 0,92^x = 0,05$ für $x = 35,93 \text{ d}$ |
| c) | Halbwertszeit: $0,92^x = 0,5$ für $x = t_H = 8,31 \text{ d}$ |

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
<http://www.brinkmann-du.de>