Lösungen Funktionen V

Ergebnisse:

E1	**Aufgabe**			
	Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D_{max} der Funktion f(x).			
	a)	$f(x) = 2 - 3x$	b)	$f(x) = \sqrt{2x - 3}$
	c)	$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$	d)	$f(x) = -x^2 + 1$

E1	Ergebnisse			
	a)	$f(x) = 2 - 3x \Rightarrow D = \mathbb{R}$	b)	$f(x) = \sqrt{2x-3} \Rightarrow D = \left\{ x \mid x > \frac{3}{2} \right\}_{\mathbb{R}}$
	c)	$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$	d)	$f(x) = -x^2 + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}$

E2	**Aufgabe**			
	Bestimmen Sie den Wertebereich der Funktion f(x) mit D = D_{max} .			
	a)	$f(x) = \frac{3}{2}x - 4$	b)	$f(x) = 1 + \sqrt{x+1}$
	c)	$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$	d)	$f(x) = x^2 - 5$

E2	Ergebnisse			
	a)	$f(x) = \frac{3}{2}x - 4 \Rightarrow W = \mathbb{R}$	b)	$f(x) = 1 + \sqrt{x+1} \Rightarrow W = \{ y \mid y \ge 1 \}_{\mathbb{R}}$
	c)	$f(x) = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow W = \{ y \mid 0 \le y \le 2 \}_{\mathbb{R}}$	d)	$f(x) = x^2 - 5 \Rightarrow W = \{ y \mid 0 \ge -5 \}_{\mathbb{R}}$

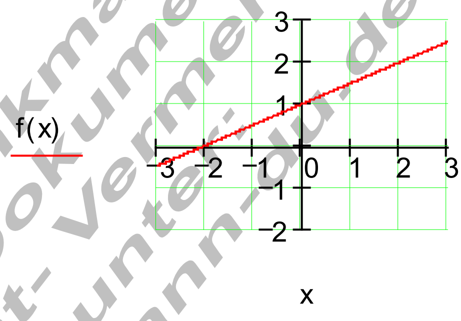
E3	**Aufgabe**
	Gegeben ist die Funktion f(x). Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D_{max}. Zeichnen Sie den Graphen von f(x). Berechnen Sie die Funktionswerte für $x \in \left\{k\,;-\frac{2}{k}\,;k+1\,;k-4\right\}$

a)	$f(x)=\frac{1}{2}x+1$	b)	$f(x)=2x-\frac{2}{x}$	c)	$f(x)=x-x^2$
d)	$f(x)=\frac{1}{x+3}$	e)	$f(x)=\sqrt{4-2x}$	f)	$f(x)=2^x-1$

E3 Ergebnis

a) $f(x)=\frac{1}{2}x+1 \Rightarrow D=\mathbb{R}$

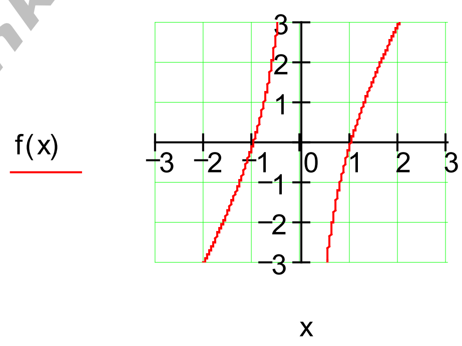
x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k−4
f(x)	$\frac{1}{2}k+1$	$-\frac{1}{k}+1$	$\frac{1}{2}k+1{,}5$	$\frac{1}{2}k-1$



E3 Ergebnis

b) $f(x)=2x-\frac{2}{x} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

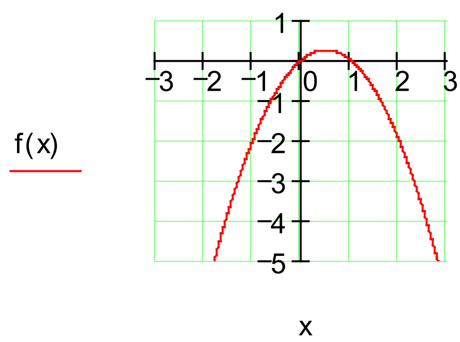
x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k−4
f(x)	$2k-\frac{2}{k}$	$-\frac{4}{k}+k$	$2k+2-\frac{2}{k+1}$	$2k-8-\frac{2}{k-4}$



E3 Ergebnis

c) $f(x)=x-x^2 \Rightarrow D=\mathbb{R}$

x	k	$-\frac{2}{k}$	k+1	k−4
f(x)	$k-k^2$	$-\frac{2}{k}-\frac{4}{k^2}$	$-k^2-k$	$-k^2+9k-20$

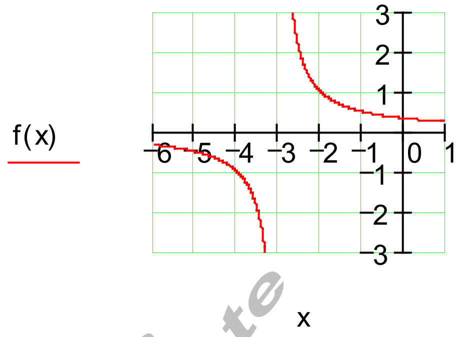


E3	Ergebnis

d)

$f(x) = \frac{1}{x+3} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

x	k	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$
f(x)	$\frac{1}{k+3}$	$\frac{k}{3k-2}$	$\frac{1}{k+4}$	$\frac{1}{k-1}$

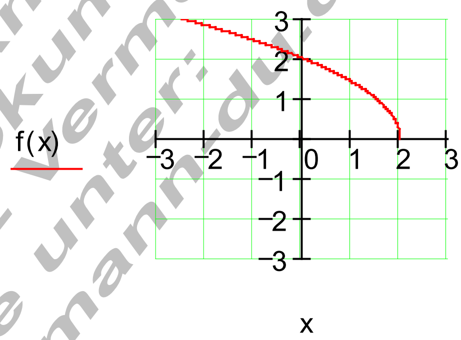


E3	Ergebnis

e)

$f(x) = \sqrt{4-2x} \Rightarrow D = \{x \mid x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

x	k	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$
f(x)	$\sqrt{4-2k}$	$\sqrt{4-\frac{4}{k}}$	$\sqrt{2-2k}$	$\sqrt{12-2k}$

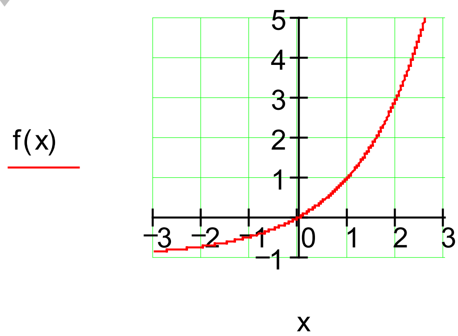


E3	Ergebnis

f)

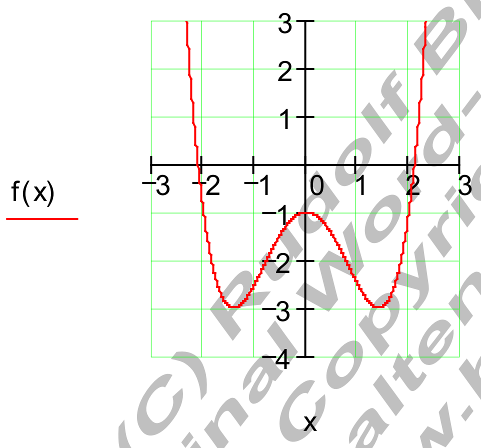
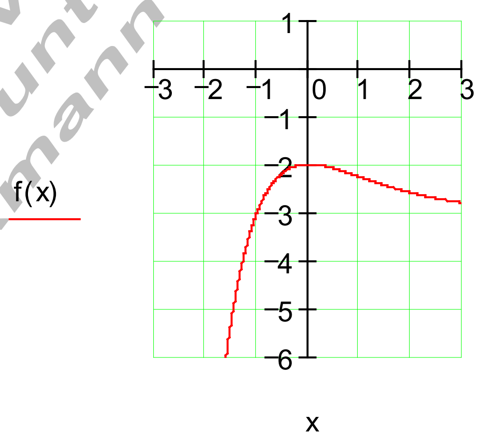
$f(x) = 2^x - 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}$

x	k	$-\frac{2}{k}$	$k+1$	$k-4$
f(x)	$2^k - 1$	$2^{-\frac{2}{k}} - 1$	$2^{k+1} - 1$	$2^{k-4} - 1$



E4	**Aufgabe**	
	Gegeben ist die Funktion f(x) mit $f(x) = 3^x$	
	a)	Geben Sie die maximale Definitionsmenge D und die Wertemenge W an.
	b)	Für welches $x \in D$ gilt: $f(x) = 81$?.
	c)	Für welche $x \in D$ gilt: $f(x) \geq 9$?.
	d)	Zeigen Sie: $f(x+1) = 3 \cdot f(x)$ für alle $x \in D$

E4	Ergebnisse	
	a)	$f(x) = 3^x$; $D = \mathbb{R}$; $W = \mathbb{R}_+^*$
	b)	$f(x) = 81$ für $x = 4$
	c)	$f(x) \geq 9$ für $x \geq 2$
	d)	$f(x+1) = 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x = 3 \cdot f(x)$

E5	**Aufgabe**			
	Die Funktion f(x) ist definiert für D = IR. Bestimmen Sie die Wertemenge W aus der Zeichnung.			
	a)		b)	

E5	Ergebnisse			
	a)	$W = \{y \mid y \geq -3\}_{\mathbb{R}}$	b)	$W = \{y \mid y \leq -2\}_{\mathbb{R}}$

Was versteht man unter einer Funktion?

Eine eindeutige Zuordnung, bei der einer unabhängigen Variablen x aus der Definitionsmenge D genau ein Funktionswert f(x) zugeordnet wird heißt Funktion. Der funktionale Zusammenhang wird durch eine Funktionsgleichung beschrieben. Durch Einsetzen von x- Werten in die Funktionsgleichung erhält man Funktionswerte, die zusammen mit den x- Werten in einer Wertetabelle dargestellt werden können. Jedes Wertepaar der Tabelle entspricht genau einem Punkt im kartesischen Koordinatensystem. In vielen Fällen lassen sich die so entstandenen Punkte zu einem Graphen verbinden. Die Menge aller x- Werte, die in die Funktionsgleichung eingesetzt werden dürfen heißt Definitionsmenge. Die Menge aller Funktionswerte, die dabei entstehen, gehören zur Wertemenge W der Funktion.