Lösungen lineare Gleichungen IV

Ergebnisse:

E1	**Aufgabe**			
	Lösen Sie die Gleichungen nach x auf.			
	a)	$20x-3(5x+7)=-2(3-x)$	b)	$5x-(8+9x)=12$
	c)	$(2x-3)(x-3)=(x-1)(2x-8)+6$	d)	$6x+5k=4x+9k$
	e)	$k^2x=-x+k^2+3$	f)	$\frac{x}{18}-\frac{5}{2}=\frac{3x+5}{8}-6$

E1	Ergebnisse	
	a)	$20x-3(5x+7)=-2(3-x)\Rightarrow x=5$
	b)	$5x-(8+9x)=12\Rightarrow x=-5$
	c)	$(2x-3)(x-3)=(x-1)(2x-8)+6\Rightarrow x=5$
	d)	$6x+5k=4x+9k\Rightarrow x=2k$
	e)	$k^2x=-x+k^2+3\Rightarrow x=\frac{k^2+3}{k^2+1}$
	f)	$\frac{x}{18}-\frac{5}{2}=\frac{3x+5}{8}-6\Rightarrow x=9$

E2	**Aufgabe**			
	Lösen Sie die Gleichungen nach x auf.			
	a)	$\frac{2x}{3}-5=\frac{5x}{6}-2$	b)	$\frac{x}{3}-5=\frac{x}{5}-3$
	c)	$4-\frac{x-5}{4}=\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{3}$	d)	$\frac{x}{k}+kx=5\,;k\neq 0$

E2	Ergebnisse	
	a)	$\frac{2x}{3}-5=\frac{5x}{6}-2\Rightarrow x=2$
	b)	$\frac{x}{3}-5=\frac{x}{5}-3\Rightarrow x=15$
	c)	$4-\frac{x-5}{4}=\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{3}\Rightarrow x=9$
	d)	$\frac{x}{k}+kx=5\,;k\neq 0\Rightarrow x=\frac{5k}{k^2+1}$

E3	**Aufgabe**			
	Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k.			
	a)	$3k(x-2)+k-2x=3k+2$	b)	$2(kx-2)-2(x-2)=k^2-1$
	c)	$\frac{k}{2}x+2k+1=\frac{1}{2}x+4$	d)	$2k(x-k)-(k-x)=0$
	e)	$k^2x+1=2-x$	f)	$\frac{kx+1}{2}-\frac{k(x-2)}{3}+\frac{x(2-3k)}{6}=1$

E3	Ergebnisse	
	a)	$3k(x-2)+k-2x=3k+2 \Rightarrow x=\frac{8k+2}{3k-2}$ für $k\neq\frac{2}{3}$ keine Lösung für $k=\frac{2}{3}$
	b)	$2(kx-2)-2(x-2)=k^2-1 \Rightarrow x=\frac{k+1}{2}$ für $k\neq 1$ $x\in\mathbb{R}$ für $k=1$
	c)	$\frac{k}{2}x+2k+1=\frac{1}{2}x+4 \Rightarrow x=\frac{6-4k}{k-1}$ für $k\neq 1$ keine Lösung für $k=1$
	d)	$2k(x-k)-(k-x)=0 \Rightarrow x=k$ für $k\neq-\frac{1}{2}$ $x\in\mathbb{R}$ für $k=-\frac{1}{2}$
	e)	$k^2x+1=2-x \Rightarrow x=\frac{1}{k^2+1}$ für $k\in\mathbb{R}$
	f)	$\frac{kx+1}{2}-\frac{k(x-2)}{3}+\frac{x(2-3k)}{6}=1 \Rightarrow x=\frac{4k-3}{2k-2}$ für $k\neq 1$ keine Lösung für $k=1$

E4	**Aufgabe**			
	Für welche Wahl von a besitzt die Gleichung genau eine, keine oder mehr als eine Lösung?			
	a)	$\frac{ax+2}{2}=3x$	b)	$ax-3=2x+1$
	c)	$6-ax=2-(a-3)x$	d)	$-2x+9+2ax=1+8a$

E4	Ergebnisse	
	a)	$\frac{ax+2}{2}=3x \Rightarrow$ genau eine Lösung $x=-\frac{2}{a-6}$ für $a\in\mathbb{R}\setminus\{6\}$ keine Lösung für $a=6$
	b)	$ax-3=2x+1 \Rightarrow$ genau eine Lösung $x=\frac{4}{a-2}$ für $a\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ keine Lösung für $a=2$
	c)	$6-ax=2-(a-3)x \Rightarrow x=\frac{4}{3}$ für $a\in\mathbb{R}$
	d)	$-2x+9+2ax=1+8a \Rightarrow$ genau eine Lösung $x=4$ für $a\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ unendlich viele Lösungen für $a=1$; $L=\mathbb{R}$

E5	**Aufgabe**
	Lösen Sie nach x auf: $(1-a)x = b-2$ Welche Beziehung besteht zwischen a und b, wenn x = 2 Lösung ist?

E5	Ergebnis
	$x = \frac{b-2}{1-a}$ für $a \neq 1$ für $x = 2 \Rightarrow 2 = \frac{b-2}{1-a} \Leftrightarrow 2(1-a) = b-2 \Rightarrow a = 2-\frac{b}{2}$

E6	**Aufgabe**	
	Konstruieren sie aus der nebenstehenden Gleichung andere verschiedenartige Gleichungen, die dieselbe Lösung haben.	$2x-\frac{1}{3}=0$

E6	Ergebnis
	$\left(2x-\frac{1}{3}\right)a = 0$ für $a \neq 0$

E7	**Aufgabe**
	Die Summe von 5 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen ergibt 460. Berechnen Sie die größte Zahl.

E7	Ergebnis
	$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4) = 460 \Leftrightarrow 5x+10 = 460 \Rightarrow x = 90$ $\Rightarrow x+4 = 94$

E8	**Aufgabe**
	Die Differenz der Quadrate von zwei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen ist 55. Bestimmen Sie die beiden Zahlen.

E8	Ergebnis
	$(n+1)^2 - n^2 = 55 \Rightarrow n = 27$ und $n+1 = 28$

E9	**Aufgabe**
	Eine Mauer lässt sich aus 54 Reihen Ziegelsteinen der Höhe x herstellen. Nimmt der Maurer um 1,6 cm höhere Steine, so braucht er nur 45 Reihen. Berechnen Sie die Höhe x.

E9	Ergebnis
	$54x = 45(x+1,6) \Rightarrow x = 8$

Ausführliche Lösungen

1a	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $20x-3(5x+7)=-2(3-x)$

A1a	**Ausführliche Lösung**
	$20x-3(5x+7)=-2(3-x)$ $\Leftrightarrow 20x-15x-21=-6+2x$ $\Leftrightarrow 5x-21=-6+2x \mid -2x$ $\Leftrightarrow 3x-21=-6 \mid +21$ $\Leftrightarrow 3x=15 \mid :3$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=5}}$
	Vorgehensweise: - auf beiden Seiten der Gleichung die Produkte ausmultiplizieren - gleiche Summanden zusammenfassen - Summanden mit x durch Äquivalenzumformungen auf die linke Seite bringen - beide Seiten der Gleichung durch den Faktor, der vor x steht dividieren so dass x auf der linken Seite übrig bleibt

1b	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $5x-(8+9x)=12$

A1b	**Ausführliche Lösung**
	$5x-(8+9x)=12$ $\Leftrightarrow 5x-8-9x=12$ $\Leftrightarrow -4x-8=12 \mid +8$ $\Leftrightarrow -4x=20 \mid :(-4)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=-5}}$

1c	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $(2x-3)(x-3)=(x-1)(2x-8)+6$

A1c	**Ausführliche Lösung**
	$(2x-3)(x-3)=(x-1)(2x-8)+6$ $\Leftrightarrow 2x^2-6x-3x+9=2x^2-8x-2x+8+6$ $\Leftrightarrow \cancel{2x^2}-9x+9=\cancel{2x^2}-10x+14$ $\Leftrightarrow -9x+9=-10x+14 \mid +10x$ $\Leftrightarrow x+9=14 \mid -9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=5}}$
	Vorgehensweise: - auf beiden Seiten der Gleichung die Produkte ausmultiplizieren - Summanden ordnen und zusammenfassen - da auf beiden Seiten der Summand $2x^2$ auftritt, kann dieser gestrichen werden - durch Äquivalenzumformungen x auf die linke Seite bringen

1d	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $6x+5k=4x+9k$

A1d	**Ausführliche Lösung**
	$6x+5k=4x+9k \mid -4x$ $\Leftrightarrow 2x+5k=9k \mid -5k$ $\Leftrightarrow 2x=4k \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2k}}$
	Bemerkung: k ist eine Formvariable, auch Platzhalter genannt.

1e	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $k^2x=-x+k^2+3$

A1e	**Ausführliche Lösung**
	$k^2x=-x+k^2+3 \mid +x$ $\Leftrightarrow k^2x+x=k^2+3$ $\Leftrightarrow x\left(k^2+1\right)=k^2+3 \mid :\left(k^2+1\right)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{k^2+3}{k^2+1}}}$
	Vorgehensweise: - Alle Summanden, die die Variable x enthalten werden auf die linke Seite gebracht - x wird ausgeklammert - beide Seiten werden durch den Klammerausdruck dividiert

1f	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $\frac{x}{18}-\frac{5}{2}=\frac{3x+5}{8}-6$

A1f	**Ausführliche Lösung**
	$\frac{x}{18}-\frac{5}{2}=\frac{3x+5}{8}-6 \mid HN=72$ $\Leftrightarrow \frac{4\cdot x}{4\cdot 18}-\frac{36\cdot 5}{36\cdot 2}=\frac{9\cdot(3x+5)}{9\cdot 8}-\frac{72\cdot 6}{72}$ $\Leftrightarrow \frac{4x}{72}-\frac{180}{72}=\frac{9\cdot(3x+5)}{72}-\frac{432}{72} \mid \cdot 72$ $\Leftrightarrow 4x-180=9(3x+5)-432$ $\Leftrightarrow 4x-180=27x+45-432 \mid -27x$ $\Leftrightarrow -23x-180=-387 \mid +180$ $\Leftrightarrow -23x=-207 \mid :(-23)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=9}}$
	Vorgehensweise: - es handelt sich um eine Bruchgleichung, deren Nenner nur aus Zahlen besteht - zuerst wird der Hauptnenner bestimmt, das ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner (kgV) $18=2\cdot 3\cdot 3;\ 8=2\cdot 2\cdot 2 \Rightarrow kgV=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3=72$ - Multiplikation beider Gleichungsseiten mit dem Hauptnenner lässt eine Gleichung ohne Brüche entstehen

2a	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $\frac{2x}{3}-5=-\frac{5x}{6}-2$

A2a	**Ausführliche Lösung**
	$\frac{2x}{3}-5=-\frac{5x}{6}-2 \mid HN=6$ $\Leftrightarrow \frac{2\cdot 2x}{6}-\frac{6\cdot 5}{6}=-\frac{5x}{6}-\frac{6\cdot 2}{6} \mid \cdot 6$ $\Leftrightarrow 4x-30=-5x-12 \mid +5x$ $\Leftrightarrow 9x-30=-12 \mid +30$ $\Leftrightarrow 9x=18 \mid :9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$

2b	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $\frac{x}{3}-5=\frac{x}{5}-3$

A2b	**Ausführliche Lösung**
	$\frac{x}{3}-5=\frac{x}{5}-3 \mid HN=15$ $\Leftrightarrow \frac{5x}{15}-\frac{15\cdot 5}{15}=\frac{3x}{15}-\frac{15\cdot 3}{15} \mid \cdot 15$ $\Leftrightarrow 5x-75=3x-45 \mid -3x$ $\Leftrightarrow 2x-75=-45 \mid +75$ $\Leftrightarrow 2x=30 \mid :2$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=15}}$

2c	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $4-\frac{x-5}{4}=\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{3}$

A2c	**Ausführliche Lösung**
	$4-\frac{x-5}{4}=\frac{x+1}{2}-\frac{x-3}{3} \mid HN=12$ $\Leftrightarrow \frac{12\cdot 4}{12}-\frac{3(x-5)}{12}=\frac{6(x+1)}{12}-\frac{4(x-3)}{12} \mid \cdot 12$ $\Leftrightarrow 48-3(x-5)=6(x+1)-4(x-3)$ $\Leftrightarrow 48-3x+15=6x+6-4x+12$ $\Leftrightarrow -3x+63=2x+18 \mid -2x$ $\Leftrightarrow -5x+63=18 \mid -63$ $\Leftrightarrow -5x=-45 \mid :(-5)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=9}}$
	Bemerkung: Um die Brüche auf den Hauptnenner zu bringen, muss Zähler und Nenner mit einer passenden Zahl multipliziert werden. Dabei ist zu beachten, dass der Zähler in Klammern zu setzen ist, wenn er aus einer Summe besteht.

2d	**Aufgabe**
	Lösen Sie die Gleichung nach x auf. $\frac{x}{k}+kx=5\,;k\neq 0$

A2d **Ausführliche Lösung**

$$\frac{x}{k}+kx=5\,;k\neq 0\,|\,HN=k$$
$$\Leftrightarrow \frac{x}{k}+\frac{k\cdot kx}{k}=\frac{k\cdot 5}{k}\,|\cdot k$$
$$\Leftrightarrow x+k^2x=5k$$
$$\Leftrightarrow x\left(k^2+1\right)=5k\,|:\left(k^2+1\right)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{5k}{k^2+1}}}$$

Bemerkung:
Die Formvariable k darf nicht den Wert Null besitzen, denn durch Null darf man nicht teilen. Nachdem die Bruchgleichung auf den Hauptnenner k gebracht wurde, kann man auf der linken Seite x ausklammern und die rechte Seite durch den Klammerausdruck teilen.

3a **Aufgabe**

Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k

$$3k\left(x-2\right)+k-2x=3k+2$$

A3a **Ausführliche Lösung**

$$3k\left(x-2\right)+k-2x=3k+2$$
$$\Leftrightarrow 3kx-6k+k-2x=3k+2$$
$$\Leftrightarrow 3kx-2x-5k=3k+2\,|+5k$$
$$\Leftrightarrow 3kx-2x=8k+2$$
$$\Leftrightarrow x\left(3k-2\right)=8k+2\,|:\left(3k-2\right)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{8k+2}{3k-2}}}\text{ für }k\neq\frac{3}{2}$$

Bemerkung:
Der Lösungsterm ist ein Bruch in dem die Formvariable k vorkommt. Da der Nenner eines Bruches nicht Null werden darf, kann k nur Werte annehmen für die der Nenner ungleich Null ist. Man bestimmt also den Wert für k , bei dem der Nenner Null wird und schließt diesen aus.

$$3k-2=0\,|+2\Leftrightarrow 3k=2\,|:3\Leftrightarrow k=\frac{2}{3}$$

Die Lösung gilt also für alle Werte von k außer k = 2/3.

3b **Aufgabe**

Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k

$$2\left(kx-2\right)-2\left(x-2\right)=k^2-1$$

A3b	**Ausführliche Lösung**
	$2(kx-2)-2(x-2)=k^2-1$ $\Leftrightarrow 2kx-\cancel{4}-2x+\cancel{4}=k^2-1$ $\Leftrightarrow 2kx-2x=k^2-1$ $\Leftrightarrow x\cdot 2(k-1)=k^2-1 \mid :2(k-1)$ $\Leftrightarrow x=\frac{k^2-1}{2(k-1)}$ $\Leftrightarrow x=\frac{\cancel{(k-1)}(k+1)}{2\cancel{(k-1)}}$ falls $k\neq 1$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{k+1}{2}}}$ falls $k\neq 1$
	Bemerkung: Im vorletzten Schritt darf der Bruch nur dann durch (k - 1) gekürzt werden, wenn k ungleich 1 ist, denn sonst würde in dem Bruch 0/0 vorkommen, was nicht definiert ist. Jetzt ist zu untersuchen, wie die Gleichung aussieht, wenn k = 1 ist. Dazu wird der Wert 1 für k in die Ausgangsgleichung eingesetzt. $2(1\cdot x-2)-2(x-2)=1^2-1$ $\Leftrightarrow 2x-4-2x+4=0 \mid +2x-4$ $\Leftrightarrow 2x-4=2x-4$ für $x\in\mathbb{R}$ Diese Gleichung gilt für alle x- Werte. Das bedeutet: Für k = 1 hat die Gleichung unendlich viele Lösungen und für k ungleich 1 genau eine Lösung.

3c	**Aufgabe**
	Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k $\frac{k}{2}x+2k+1=\frac{1}{2}x+4$

A3c	**Ausführliche Lösung**
	$\frac{k}{2}x + 2k + 1 = \frac{1}{2}x + 4 \mid -\frac{1}{2}x$ $\Leftrightarrow \frac{k}{2}x - \frac{1}{2}x + 2k + 1 = 4 \mid -1$ $\Leftrightarrow x\left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2}\right) + 2k = 3 \mid -2k$ $\Leftrightarrow x \cdot \frac{1}{2}(k-1) = 3 - 2k \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow x(k-1) = 6 - 4k \mid : (k-1)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{6-4k}{k-1}}}$ für $k \neq 1$
	Bemerkung: Für k = 1 gibt es keine Lösung, da der Nenner des Bruches ungleich Null sein muss.

3d	**Aufgabe**
	Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k $2k(x-k) - (k-x) = 0$

A3d	**Ausführliche Lösung**
	$2k(x-k)-(k-x)=0$ $\Leftrightarrow 2kx-2k^2-k+x=0$ $\Leftrightarrow 2kx+x-2k^2-k=0 \mid +2k^2+k$ $\Leftrightarrow 2kx+x=2k^2+k$ $\Leftrightarrow x(2k+1)=k(2k+1) \mid :(2k+1)$ $\Leftrightarrow x=\frac{k\cancel{(2k+1)}}{\cancel{(2k+1)}}$ falls $k\neq-\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=k}}$ für $k\neq-\frac{1}{2}$
	Bemerkung: Im vorletzten Schritt darf der Bruch nur dann durch (2k +1) gekürzt werden, wenn k ungleich -1/2 ist, denn sonst würde in dem Bruch 0/0 vorkommen, was nicht definiert ist. Jetzt ist zu untersuchen, wie die Gleichung aussieht, wenn k = -1/2 ist. Dazu wird der Wert -1/2 für k in die Ausgangsgleichung eingesetzt. $2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}-x\right)=0$ $\Leftrightarrow -\left(x+\frac{1}{2}\right)+\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$ $\Leftrightarrow x+\frac{1}{2}=x+\frac{1}{2}$ gilt für alle $x\in\mathbb{R}$ Diese Gleichung gilt für alle x- Werte. Das bedeutet: Für k = -1/2 hat die Gleichung unendlich viele Lösungen und für k ungleich -1/2 genau eine Lösung.

3e	**Aufgabe**
	Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k $k^2x+1=2-x$

A3e	**Ausführliche Lösung**
	$k^2x+1=2-x \mid +x$ $\Leftrightarrow k^2x+x+1=2 \mid -1$ $\Leftrightarrow k^2x+x=1$ $\Leftrightarrow x(k^2+1)=1 \mid :(k^2+1)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{1}{k^2+1}}}$ für alle $k\in\mathbb{R}$
	Bemerkung: Da k^2 +1 nie Null werden kann, ist die Division durch k^2 +1 für alle k erlaubt.

3f	**Aufgabe**
	Bestimmen Sie die Anzahl der Lösungen in Abhängigkeit von k $\frac{kx+1}{2}-\frac{k(x-2)}{3}+\frac{x(2-3k)}{6}=1$

A3f	**Ausführliche Lösung**
	$\frac{kx+1}{2}-\frac{k(x-2)}{3}+\frac{x(2-3k)}{6}=1 \mid HN=6$ $\Leftrightarrow \frac{3(kx+1)}{6}-\frac{2k(x-2)}{6}+\frac{x(2-3k)}{6}=\frac{6}{6} \mid \cdot 6$ $\Leftrightarrow 3(kx+1)-2k(x-2)+x(2-3k)=6$ $\Leftrightarrow \cancel{3kx}+3-2kx+4k+2x-\cancel{3kx}=6$ $\Leftrightarrow -2kx+2x+4k+3=6 \mid -4k-3$ $\Leftrightarrow -2kx+2x=3-4k$ $\Leftrightarrow x(-2k+2)=3-4k \mid :(-2k+2)$ $\Leftrightarrow x=\frac{-4k+3}{-2k+2}=\frac{\cancel{(-1)}(4k-3)}{\cancel{(-1)}(2k-2)}=\frac{4k-3}{2k-2}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{4k-3}{2k-2}}}$ für $k \neq 1$
	Bemerkung: Für k = 1 keine Lösung, da der Nenner dann Null würde. Eine Vorzeichenumkehr im Zähler und im Nenner erreicht man dadurch, dass man den Faktor (-1) ausklammert und kürzt.

4a	**Aufgabe**
	Für welche Wahl von a besitzt die Gleichung genau eine, keine oder mehr als eine Lösung? $\frac{ax+2}{2}=3x$

A4a	**Ausführliche Lösung**
	$\frac{ax+2}{2}=3x \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow ax+2=6x \mid -6x$ $\Leftrightarrow ax-6x+2=0 \mid -2$ $\Leftrightarrow ax-6x=-2$ $\Leftrightarrow x(a-6)=-2 \mid :(a-6)$ $\Leftrightarrow x=\frac{-2}{a-6}=\underline{\underline{-\frac{2}{a-6}}}$ für $a \neq 6$
	Bemerkung: Für a = 6 besitzt die Gleichung keine Lösung. Für alle anderen Werte von a jeweils genau eine Lösung.

4b	**Aufgabe**
	Für welche Wahl von a besitzt die Gleichung genau eine, keine oder mehr als eine Lösung? $ax-3=2x+1$

A4b	**Ausführliche Lösung**
	$ax-3=2x+1 \mid -2x$ $\Leftrightarrow ax-2x-3=1 \mid +3$ $\Leftrightarrow ax-2x=4$ $\Leftrightarrow x(a-2)=4 \mid :(a-2)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{4}{a-2}}}$ für $a \neq 2$
	Bemerkung: Für a = 2 besitzt die Gleichung keine Lösung. Für alle anderen Werte von a jeweils genau eine Lösung.

4c	**Aufgabe**
	Für welche Wahl von a besitzt die Gleichung genau eine, keine oder mehr als eine Lösung? $6-ax=2-(a-3)x$

A4c	**Ausführliche Lösung**
	$6-ax=2-(a-3)x$ $\Leftrightarrow 6-\cancel{ax}=2-\cancel{ax}+3x \mid -3x$ $\Leftrightarrow -3x+6=2 \mid -6$ $\Leftrightarrow -3x=-4 \mid :(-3)$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{4}{3}}}$ für alle $a \in \mathbb{R}$
	Bemerkung: Da im Lösungsterm die Formvariable a nicht mehr auftritt, gilt die Lösung für alle Werte von a. Die Gleichung hat für jeden Wert von a die Lösung 4/3.

4d	**Aufgabe**
	Für welche Wahl von a besitzt die Gleichung genau eine, keine oder mehr als eine Lösung? $-2x+9+2ax=1+8a$

A4d	**Ausführliche Lösung**
	$-2x+9+2ax=1+8a$ $\Leftrightarrow 2ax-2x+9=8a+1 \mid -9$ $\Leftrightarrow 2ax-2x=8a-8 \mid :2$ $\Leftrightarrow ax-x=4a-4$ $\Leftrightarrow x(a-1)=4(a-1) \mid :(a-1)$ $\Leftrightarrow x=\frac{4\cancel{(a-1)}}{\cancel{(a-1)}}=\underline{\underline{4}}$ für $a \neq 1$
	Bemerkung: Falls a = 1 ist gilt: $-2x+9+2x=1+8$ $\Leftrightarrow 2x+9=2x+9$ für alle $x \in \mathbb{R}$ Da in diesem Fall für x jede beliebige Zahl die Gleichung erfüllt, hat die Gleichung unendlich viele Lösungen falls a = 1 ist. Sonst hat sie für jedes a nur die Lösung x = 4.

5	**Aufgabe**
	Lösen Sie nach x auf: $(1-a)x=b-2$ Welche Beziehung besteht zwischen a und b, wenn x = 2 Lösung ist?

A5	**Ausführliche Lösung**
	$(1-a)x=b-2 \mid :(1-a)$ $\Leftrightarrow x=\frac{b-2}{1-a}$ für $a \neq 1$ Fals $x=2$ als Lösung gilt: $\Rightarrow 2=\frac{b-2}{1-a} \mid \cdot(1-a)$ $\Leftrightarrow 2-2a=b-2 \mid -2$ $\Leftrightarrow -2a=b-4 \mid :(-2)$ $\Leftrightarrow a=\frac{b-4}{-2}=\frac{4-b}{2}$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{a=2-\frac{b}{2}}}$

6	**Aufgabe**
	Konstruieren sie aus der Gleichung andere verschiedenartige Gleichungen, die dieselbe Lösung haben. $2x-\frac{1}{3}=0$

A6 Ausführliche Lösung

$$2x - \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(2x - \frac{1}{3}\right) \cdot a = 0 \text{ für } a \neq 0$$

Bemerkung:
Da jede Gleichungsseite wegen der Äquivalenz mit dem gleichen Faktor multipliziert werden darf, kann die Gleichung mit dem Formfaktor a (ungleich Null) multipliziert werden. Das Ergebnis wird davon nicht beeinflusst.

7 Aufgabe

Die Summe von 5 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen ergibt 460.
Berechnen Sie die größte Zahl.

A7 Ausführliche Lösung

Ansatz:
Die natürliche Zahl sei x. Die auf x folgende Zahl ist dann (x + 1) und die darauf folgende (x + 1) +1 = (x + 2) usw.
Damit lässt sich die Summe von 5 aufeinander folgenden Zahlen wie folgt darstellen: x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4).
Der Wert der Summe sei 460 und die größte Zahl ist (x + 4).

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) = 460$$

$$\Leftrightarrow x + x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 460$$

$$\Leftrightarrow 5x + 10 = 460 \mid -10$$

$$\Leftrightarrow 5x = 450 \mid :5$$

$$\Leftrightarrow x = 90 \Rightarrow \underline{\underline{x + 4 = 94}}$$

Die größte Zahl lautet 94.

8 Aufgabe

Die Differenz der Quadrate von zwei aufeinander folgenden natürlichen Zahlen ist 55. Bestimmen Sie die beiden Zahlen.

A8 Ausführliche Lösung

Ansatz:
Die Zahl sei n. Zwei aufeinanderfolgende Zahlen sind dann n und n+1.
Die Quadrate dieser sind n^2 und $(n+1)^2$. Da die Differenz der zwei aufeinander folgenden Zahlen 55 sein soll, muss vom größeren Quadrat das kleinere abgezogen werden.

$$(n+1)^2 - n^2 = 55$$

$$\Leftrightarrow \cancel{n^2} + 2n + 1 - \cancel{n^2} = 55$$

$$\Leftrightarrow 2n + 1 = 55 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow 2n = 54 \mid :2$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{n = 27}} \text{ und } n + 1 = 28$$

9	**Aufgabe**
	Eine Mauer lässt sich aus 54 Reihen Ziegelsteinen der Höhe x herstellen. Nimmt der Maurer um 1,6 cm höhere Steine, so braucht er nur 45 Reihen. Berechnen Sie die Höhe x.

A9	**Ausführliche Lösung**
	Ansatz: Der Ziegelstein hat die Höhe x. Mit 54 Reihen hat die Mauer eine Höhe von 54x. Ist der Stein um 1,6 cm höher, so ist die Steinhöhe x+1,6. Da die gesamte Höhe der Mauer gleich bleiben soll und der Maurer dafür 45 Reihen benötigt, gilt:
	$54x = 45(x+1{,}6)$ $\Leftrightarrow 54x = 45x + 72 \,\vert -45x$ $\Leftrightarrow 9x = 72 \,\vert :9$ $\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$ Der ursprüngliche Stein hat eine Höhe von 8 cm.