Lösungen Logarithmus III

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse							
	a)	$\log_2(0{,}125) = -3$	b)	$\log_{0,5}\left(\frac{1}{8}\right) = 3$	c)	$\log_{32}(2) = 0{,}2$	d)	$\log_{\sqrt{5}}(125) = 6$

E2	Ergebnisse			
	a)	$\log_a(5) = 1 \Leftrightarrow a = 5$	b)	$\log_4(y) = -2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{16}$
	c)	$\log_3(1) = x \Leftrightarrow x = 0$	d)	$\log_3\left(\sqrt{b}\right) = 1{,}5 \Leftrightarrow b = 27$

E3	Ergebnisse
	$\log_a(3) = 0{,}25 \Leftrightarrow a^{0,25} = 3$; mit $81 = 3^4$ folgt $\left(a^{0,25}\right)^4 = 3^4 \Rightarrow a = 81 \Rightarrow \log_{81}(81) = 1$

E4	Ergebnisse					
	a)	$\ln(8) \approx 2{,}07944$	b)	$\ln(2+e) \approx 1{,}55144$	c)	$3\ln\left(e^{-2}\right) = -6$
	d)	$\left[\ln\left(1-e^{-1}\right)\right]^2 \approx 0{,}21038$	e)	$\ln(2) - \ln\left(\sqrt{e}\right) \approx 0{,}193$	f)	$\ln(2)\cdot\left[\ln\left(e^3\right) - 2\right] \approx 0{,}693$

E5	Ergebnisse					
	a)	$\frac{\ln(2)}{3} - 1 \approx -0{,}768950$	b)	$\frac{\ln\left(\sqrt{3}\right)}{\ln\left(\sqrt{2}\right)} \approx 1{,}58496$	c)	$\ln\left(\frac{2}{e}\right) - 1 \approx -1{,}30685$

E6	Ergebnisse					
	a)	$\ln(-x)$ für $x < 0$	b)	$\ln(x-2)$ für $x > 2$	c)	$\ln(\ln x)$ für $x > 1$

E7	Entscheiden Sie, ob der Term einen positiven, einen negativen Wert oder den Wert Null annimmt.					
	a)	$\ln\left(\frac{2}{3}\right) < 0$	b)	$\ln(1{,}085) > 0$	c)	$\ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right) < 0$
	d)	$\ln\left[\ln(e)\right] = 0$	e)	$\ln\left(\frac{2^6}{32}\right) > 0$	f)	$\ln\left(x^2+2\right) > 0$ für $x \in \mathbb{R}$

E8	Ergebnisse					
	a)	$\left(u - e^{\ln(2u)}\right)^2 = u^2$	b)	$\ln\left(\sqrt{e^{2u}}\right) = u$	c)	$e^{\ln(2u)} - 2ue^{\ln(2)} = -2u$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

E9	Ergebnisse					
	a)	$\log_3(9)+\log_3\left(\frac{1}{243}\right)=-3$	b)	$\log_9\left(3^4\right)=2$	c)	$\log_5\left(\sqrt{125}\right)=\frac{3}{2}$
	d)	$\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right)=-2$	e)	$\log_8(2)=\frac{1}{3}$	f)	$\log_a\left(\sqrt{a^k}\right)=\frac{k}{2}$
	g)	$\ln\left(e^{-3}\right)+\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=-3{,}5$	h)	$\log_5(0{,}04)=-2$	i)	$\log_2\left(\sqrt{8}\right)=\frac{3}{2}$

Logarithmengesetze

Logarithmus zur Basis a

$x=\log_a(b)\Leftrightarrow a^x=b$	$\log_a(b\cdot c)=\log_a(b)+\log_a(c)$
$\log_a\left(\frac{b}{c}\right)=\log_a(b)-\log_a(c)$	$\log_a\left(b^c\right)=c\cdot\log_a(b)$
$\log_a(a)=1$ $\qquad$ $\log_a(1)=0$	$b=a^{\log_a(b)}$ $\qquad$ $b^x=a^{x\cdot\log_a(b)}$

Logarithmus zur Basis 10 (Zehner- oder dekadischer Logarithmus) [LOG]-Taste

$x=\lg(b)\Leftrightarrow 10^x=b$	$\lg(b\cdot c)=\lg(b)+\lg(c)$
$\lg\left(\frac{b}{c}\right)=\lg(b)-\lg(c)$	$\lg\left(b^c\right)=c\cdot\lg(b)$
$\lg(10)=1$ $\qquad$ $\lg(1)=0$	$b=10^{\lg(b)}$ $\qquad$ $b^x=10^{x\cdot\lg(b)}$

Logarithmus zur Basis e (Natürlicher Logarithmus oder Logarithmus Naturalis)

$x=\ln(b)\Leftrightarrow e^x=b$	$\ln(b\cdot c)=\ln(b)+\ln(c)$
$\ln\left(\frac{b}{c}\right)=\ln(b)-\ln(c)$	$\ln\left(b^c\right)=c\cdot\ln(b)$
$\ln(e)=1$ $\qquad$ $\ln(1)=0$	$b=e^{\ln(b)}$ $\qquad$ $b^x=e^{x\cdot\ln(b)}$

Umrechnung von einem Logarithmensystem in ein anderes.

$\log_a(b)=\frac{\lg(b)}{\lg(a)}=\frac{\ln(b)}{\ln(a)}$	$\log_3(5)=\frac{\lg(5)}{\lg(3)}=\frac{\ln(5)}{\ln(3)}\approx 1{,}4649735$

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**							
	Bestimmen Sie nach der Definition des Logarithmus.							
	a)	$\log_2(0{,}125)$	b)	$\log_{0,5}\left(\frac{1}{8}\right)$	c)	$\log_{32}(2)$	d)	$\log_{\sqrt{5}}(125)$

A1	Ausführliche Lösungen			
	a)	$\log_2(0{,}125) = x \Leftrightarrow 2^x = 0{,}125$ $2^x = 0{,}125 = \frac{1}{8} = 8^{-1} = \left(2^3\right)^{-1} = 2^{-3}$ $\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \log_2(0{,}125) = -3$	b)	$\log_{0,5}\left(\frac{1}{8}\right) = x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ $\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow \log_{0,5}\left(\frac{1}{8}\right) = 3$

A1	Ausführliche Lösungen			
	c)	$\log_{32}(2) = x \Leftrightarrow 32^x = 2$ $32^x = 2 \Leftrightarrow \left(2^5\right)^x = 2$ $\Leftrightarrow \left(2^x\right)^5 = 2 \mid \sqrt[5]{} \Leftrightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{5}}$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \Rightarrow \log_{32}(2) = \frac{1}{5}$	d)	$\log_{\sqrt{5}}(125) = x \Leftrightarrow \left(\sqrt{5}\right)^x = 125$ $\left(5^{\frac{1}{2}}\right)^x = 125 = 5^3 \Leftrightarrow \left(5^x\right)^{\frac{1}{2}} = 5^3 \mid^2$ $\Leftrightarrow 5^x = 5^6 \Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \log_{\sqrt{5}}(125) = 6$

A2	**Aufgabe**							
	Geben Sie den Wert der Variablen an.							
	a)	$\log_a(5) = 1$	b)	$\log_4(y) = -2$	c)	$\log_3(1) = x$	d)	$\log_3\left(\sqrt{b}\right) = 1{,}5$

A2	Ausführliche Lösungen			
	a)	$\log_a(5) = 1 \Leftrightarrow a^1 = 5$ $\Leftrightarrow a = 5$	b)	$\log_4(y) = -2 \Leftrightarrow 4^{-2} = y$ $\Leftrightarrow y = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

A2	Ausführliche Lösungen			
	c)	$\log_3(1) = x \Leftrightarrow 3^x = 1$ $\Leftrightarrow x = 0$	d)	$\log_3\left(\sqrt{b}\right) = 1{,}5 \Leftrightarrow 3^{1,5} = \sqrt{b}$ $3^{1,5} = \sqrt{b} \mid {}^2 \Leftrightarrow \left(3^{1,5}\right)^2 = b$ $\Leftrightarrow 3^3 = b \Leftrightarrow b = 27$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A3	**Aufgabe**
	Bestimmen Sie $\log_a(81)$ wenn gilt: $\log_a(3) = 0{,}25$

A3	Ausführliche Lösung
	$\log_a(81) = x$ es gilt: $\log_a(3) = 0{,}25 \Leftrightarrow a^{0,25} = 3$
	$a^{0,25} = 3 \Leftrightarrow a^{\frac{1}{4}} = 3 \mid {}^4 \Leftrightarrow \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^4 = 3^4 \Leftrightarrow a = 81$
	$\log_{81}(81) = x \Leftrightarrow 81^x = 81 \Leftrightarrow x = 1$
	$\Leftrightarrow \log_{81}(81) = 1$

A4	**Aufgabe**				
	Bestimmen Sie die folgenden Logarithmen.				
a)	$\ln(8)$	b)	$\ln(2+e)$	c)	$3\ln\left(e^{-2}\right)$
d)	$\left[\ln\left(1-e^{-1}\right)\right]^2$	e)	$\ln(2) - \ln\left(\sqrt{e}\right)$	f)	$\ln(2)\cdot\left[\ln\left(e^3\right) - 2\right]$

A4	Ausführliche Lösungen		
a)	$\ln(8) \approx 2{,}079$	b)	$\ln(2+e) \approx 1{,}551$
	8 | ln		(| 2 | + | 1 | 2nd | e^x |)

A4	Ausführliche Lösungen		
c)	$3\ln\left(e^{-2}\right) = -2\cdot 3\ln(e) = -6\cdot 1 = -6$	d)	$\left[\ln\left(1-e^{-1}\right)\right]^2 \approx 0{,}210$
			(| 1 | – | 1 | ± | 2nd | e^x |) | ln | x^2

A4	Ausführliche Lösungen		
e)	$\ln(2) - \ln\left(\sqrt{e}\right) = \ln(2) - \ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right) = \ln(2) - \frac{1}{2}\ln(e) = \ln(2) - \frac{1}{2}\cdot 1 \approx 0{,}193$	f)	$\ln(2)\cdot\left(\ln\left(e^3\right) - 2\right) = \ln(2)\cdot(3\cdot\ln(e) - 2) = \ln(2)\cdot(3\cdot 1 - 2) = \ln(2)\cdot(1) = \ln(2) \approx 0{,}693$

A5	**Aufgabe**				
	Bestimmen Sie die folgenden Logarithmen.				
a)	$\frac{\ln(2)}{3} - 1$	b)	$\frac{\ln\left(\sqrt{3}\right)}{\ln\left(\sqrt{2}\right)}$	c)	$\ln\left(\frac{2}{e}\right) - 1$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A5	Ausführliche Lösung	
	a)	$\frac{\ln(2)}{3}-1\approx -0{,}769$ $\boxed{2}\,\boxed{\ln}\,\boxed{:}\,\boxed{3}\,\boxed{-}\,\boxed{1}\,\boxed{=}$

A5	Ausführliche Lösung	
	b)	$\frac{\ln\left(\sqrt{3}\right)}{\ln\left(\sqrt{2}\right)}=\frac{\ln\left(3^{\frac{1}{2}}\right)}{\ln\left(2^{\frac{1}{2}}\right)}=\frac{\frac{1}{2}\ln(3)}{\frac{1}{2}\ln(2)}=\frac{\ln(3)}{\ln(2)}\approx 1{,}585$

A5	Ausführliche Lösung	
	c)	$\ln\left(\frac{2}{e}\right)-1=\ln(2)-\ln(e)-1=\ln(2)-1-1=\ln(2)-2\approx 1{,}307$

6.	**Aufgabe**					
	Für welche reellen Zahlen ist der Term definiert?					
	a)	$\ln(-x)$	b)	$\ln(x-2)$	c)	$\ln\left[\ln(x)\right]$

A6	Ausführliche Lösung	
	a)	$\ln(-x)$ Der Logarithmus ist nur für positive Argumente definiert. $-x>0\,\vert\cdot(-1)\Leftrightarrow x<0\Rightarrow \ln(-x)$ ist definiert für $x<0$

A6	Ausführliche Lösung	
	b)	$\ln(x-2)$ Der Logarithmus ist nur für positive Argumente definiert. $x-2>0\,\vert+2\Leftrightarrow x>2\Rightarrow \ln(x-2)$ ist definiert für $x>2$

A6	Ausführliche Lösung	
	c)	$\ln(\ln(x))$ Der Logarithmus ist nur für positive Argumente definiert. $\ln(x)>0$ falls $x>1\Rightarrow \ln(\ln(x))$ ist definiert für $x>1$

A7	**Aufgabe**					
	Entscheiden Sie, ob der Term einen positiven, einen negativen Wert oder den Wert Null annimmt.					
	a)	$\ln\left(\frac{2}{3}\right)$	b)	$\ln(1{,}085)$	c)	$\ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right)$
	d)	$\ln\left[\ln(e)\right]$	e)	$\ln\left(\frac{2^6}{32}\right)$	f)	$\ln\left(x^2+2\right)$ für $x\in\mathbb{R}$

(C) Rudolf Brinkmann Word- Dokumente Original Copyright- Vermerk ohne erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A7	Ausführliche Lösung	
	a)	$\ln\left(\frac{2}{3}\right) < 0$ da $\frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{2}{3}\right) \approx -0,405$

A7	Ausführliche Lösung	
	b)	$\ln(1,0085) > 0$ da $1,0085 > 1 \Rightarrow \ln(1,0085) \approx 0,082$

A7	Ausführliche Lösung	
	c)	$\ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right) < 0$ da $\frac{4}{\sqrt{18}} \approx 0,942 < 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{4}{\sqrt{18}}\right) \approx -0,059$

A7	Ausführliche Lösung	
	d)	$\ln(\ln(e)) = 0$ da $\ln(e) = 1$ und $\ln(1) = 0$

A7	Ausführliche Lösung	
	e)	$\ln\left(\frac{2^6}{32}\right) > 0$ da $\frac{2^6}{32} = \frac{2^6}{2^5} = 2 > 1 \Rightarrow \ln\left(\frac{2^6}{32}\right) = \ln(2) \approx 0,693$

A7	Ausführliche Lösung	
	f)	$\ln\left(x^2+2\right) > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ da $x^2+2 > 1$ ist

A8	**Aufgabe**					
	Vereinfachen Sie					
	a)	$\left(u - e^{\ln(2u)}\right)^2$	b)	$\ln\left(\sqrt{e^{2u}}\right)$	c)	$e^{\ln(2u)} - 2ue^{\ln(2)}$

A8	Ausführliche Lösung	
	a)	$\left(u - e^{\ln(2u)}\right)^2 = (u-2u)^2 = (-u)^2 = u^2$

A8	Ausführliche Lösung	
	b)	$\ln\left(\sqrt{e^{2u}}\right) = \ln\left(e^{\frac{2u}{2}}\right) = u \cdot \ln(e) = u$

A8	Ausführliche Lösung	
	c)	$e^{\ln(2u)} - 2u \cdot e^{\ln(2)} = 2u - 2u \cdot 2 = 2u - 4u = -2u$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A9	**Aufgabe**					
	Bestimmen Sie die Logarithmuswerte.					
	a)	$\log_3(9)+\log_3\left(\frac{1}{243}\right)$	b)	$\log_9\left(3^4\right)$	c)	$\log_5\left(\sqrt{125}\right)$
	d)	$\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right)$	e)	$\log_8(2)$	f)	$\log_a\left(\sqrt{a^k}\right)$
	g)	$\ln\left(e^{-3}\right)+\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$	h)	$\log_5(0{,}04)$	i)	$\log_2\left(\sqrt{8}\right)$

A9	Ausführliche Lösungen			
	a)	$\log_3(9)+\log_3\left(\frac{1}{243}\right)$ $=\log_3\left(3^2\right)+\log_3(1)-\log_3(143)$ $=2\cdot\log_3(3)+0-\log_3\left(3^5\right)$ $=2-5\cdot\log_3(3)=2-5=-3$	b)	$\log_9\left(3^4\right)$ $=\log_9\left(3^2\cdot 3^2\right)$ $=\log_9\left(9^2\right)$ $=2\cdot\log_9(9)$ $=2\cdot 1=2$

A9	Ausführliche Lösungen			
	c)	$\log_5\left(\sqrt{125}\right)=\log_5\left(5^{\frac{3}{2}}\right)$ $=\frac{3}{2}\cdot\log_5(5)=\frac{3}{2}$	d)	$\log_a\left(\frac{1}{a^2}\right)=\log_a\left(a^{-2}\right)$ $=-2\cdot\log_a(a)$ $=-2$

A9	Ausführliche Lösungen			
	e)	$\log_8(2)=\log_8\left(8^{\frac{1}{3}}\right)$ $=\frac{1}{3}\cdot\log_8(8)=\frac{1}{3}$	f)	$\log_a\left(\sqrt{a^k}\right)=\log_a\left(a^{\frac{k}{2}}\right)$ $=\frac{k}{2}\cdot\log_a(a)=\frac{k}{2}$

A9	Ausführliche Lösungen			
	g)	$\ln\left(e^{-3}\right)+\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ $=-3\cdot\ln(e)+\ln(1)-\ln\left(e^{\frac{1}{2}}\right)$ $=-3\cdot 1+0-\frac{1}{2}\cdot\ln(e)$ $=-3-\frac{1}{2}=-3{,}5$	h)	$\log_5(0{,}04)=\log_5\left(\frac{4}{100}\right)$ $=\log_5\left(\frac{4}{4\cdot 25}\right)$ $=\log_5\left(\frac{1}{5^2}\right)$ $=\log_5(1)-\log_5\left(5^2\right)$ $=0-2\cdot\log_5(5)=-2$

(c) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A9	Ausführliche Lösung	
	i)	$\log_2\left(\sqrt{8}\right)=\log_2\left(\sqrt{2^3}\right)=\log_2\left(2^{\frac{3}{2}}\right)=\frac{3}{2}\cdot\log_2(2)=\frac{3}{2}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de