Lösungen lineare Funktionen Teil III

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**	
	Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g.	
	a)	$P_1(-4\,|\,-2)$ und $P_2(2\,|\,0)$ liegen auf g
	b)	g verläuft durch $P_1(-3\,|\,1)$ und $P_2\left(1\,|\,\frac{11}{3}\right)$
	c)	$P_1(1\,|\,-2)$ und $P_2(-2\,|\,10)$ liegen auf g
	d)	g schneidet die Achsen in $x = 2$ und $y = 6$
	e)	g geht durch $P(-6\,|\,1)$ und ist parallel zu h mit der Gleichung $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$
	f)	g hat die Steigung $a_1 = -4{,}5$ und verläuft durch $P(2\,|\,-3)$
	g)	g hat die Steigung $a_1 = 3$ und verläuft durch $P(1\,|\,1{,}5)$
	h)	g schneidet die x - Achse in $x = 3$ und die Gerade h mit $h(x) = 4x - 2$ in $x = -1$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	a)	$P_1(-4\,|\,-2);P_2(2\,|\,0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2)}{2-(-4)} = \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x + a_0$ $P_2(2\,|\,0):\quad f(2) = \frac{1}{3}\cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}}}$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	b)	$P_1(-3\,|\,1);P_2\left(1\,|\,\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$ $P_1(-3\,|\,1):\quad f(-3) = \frac{2}{3}\cdot(-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	c)	$P_1(1\,|\,-2);P_2(-2\,|\,10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-(-2)}{-2-1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$ $P_1(1\,|\,-2):\quad f(1) = -4\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 2}}$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	d)	$x = 2;\, y = 6 \Rightarrow P_1(2\,|\,0);P_2(0\,|\,6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$ $P_1(2\,|\,0):\quad f(2) = a_1\cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x + 6}}$

A1	**Ausführliche Lösung**
e)	$P(-6\,|\,1)$ parallel zu $h(x)=-\frac{2}{3}x+2 \Rightarrow a_1=-\frac{2}{3} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}x+a_0$ $P(-6\,|\,1):\quad f(-6)=-\frac{2}{3}\cdot(-6)+a_0=1 \Rightarrow a_0=-3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x-3}}$

A1	**Ausführliche Lösung**
f)	$a_1=-4{,}5 \Rightarrow f(x)=-4{,}5x+a_0$ $P(2\,|\,-3):\quad f(2)=-4{,}5\cdot 2+a_0=-3 \Rightarrow a_0=6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-4{,}5x+6}}$

A1	**Ausführliche Lösung**
g)	$a_1=3\,;P(1\,|\,1{,}5) \Rightarrow f(x)=3x+a_0$ $P(1\,|\,1{,}5):\quad f(1)=3\cdot 1+a_0=1{,}5 \Rightarrow a_0=-1{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x-1{,}5}}$

A1	**Ausführliche Lösung**
h)	$x=3 \Rightarrow P_1(3\,|\,0)\quad P_2(-1\,|\,y_2)$ liegt auf der Geraden mit $h(x)=4x-2$ $\Rightarrow y_2=h(-1)=4\cdot(-1)-2=-6 \Rightarrow P_2(-1\,|\,-6)$ $\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-6-0}{-1-3}=\frac{-6}{-4}=\frac{3}{2} \Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+a_0$ $P_1(3\,|\,0):\quad f(3)=\frac{3}{2}\cdot 3+a_0=0 \Rightarrow a_0=-\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}}}$

A2	**Aufgabe**
	Bestimmen Sie Gleichungen von 2 Geraden g und h, die durch $P(3\,|\,-2)$ verlaufen.

A2	**Ausführliche Lösung**
	$P(3\,|\,-2)\,;g(x)=a_{1g}x+a_{0g}\,;h(x)=a_{1h}x+a_{0h}$ Da durch einen Punkt beliebig viele Geraden verlaufen können, ist die Steigung frei wählbar, z.B. $a_{1g}=1$ $\Rightarrow g(x)=x+a_{0g}$ und $a_{1h}=2 \Rightarrow h(x)=2x+a_{0h}$ $P(3\,|\,-2):\quad g(3)=3+a_{0g}=-2 \Rightarrow a_{0g}=-5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=x-5}}$ $h(3)=2\cdot 3+a_{0h}=-2 \Rightarrow a_{0h}=-8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x)=2x-8}}$

A3 Aufgabe

Eine Gerade g mit der linearen Funktion f(x) verläuft durch die Punkte P_1 und P_2. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

a)	$P_1(1{,}5 \mid 3);P_2(3 \mid 2{,}5)$	b)	$P_1(-3 \mid 5);P_2(1 \mid 2{,}5)$
c)	$P_1(4 \mid 0);P_2\left(-1 \mid -\sqrt{2}\right)$	d)	$P_1(k \mid 3);P_2(2k \mid -1)$
e)	$P_1(1 \mid 0);P_2(-1 \mid k+1)$	f)	$P_1\left(2\sqrt{k} \mid \sqrt{2k}\right);P_2\left(\sqrt{k} \mid 0\right)$

A3 Ausführliche Lösung

a)

$$P_1(1{,}5 \mid 3);P_2(3 \mid 2{,}5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2{,}5-3}{3-1{,}5} = -0{,}\overline{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_1(1{,}5 \mid 3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2} \mid 3\right): \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{2}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

b)

$$P_1(-2 \mid 5);P_2(1 \mid 2{,}5) \text{ oder } P_2\left(1 \mid \frac{5}{2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{\frac{5}{2}-5}{1-(-3)} = \frac{\frac{5}{2}-\frac{10}{2}}{\frac{4}{1}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}} = -\frac{5\cdot 1}{2\cdot 4} = -\frac{5}{6} \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{8}x + a_0$$

$$P_2\left(1 \mid \frac{5}{2}\right): \quad f(1) = -\frac{5}{8}\cdot 1 + a_0 = \frac{5}{2} \Rightarrow a_0 = \frac{5}{2} + \frac{5}{8} = \frac{20}{8} + \frac{5}{8} = \frac{25}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{5}{8}x + \frac{25}{8}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

c)

$$P_1(4 \mid 0);P_2\left(-1 \mid -\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-\sqrt{2}-0}{-1-4} = \frac{-\sqrt{2}}{-5} = \frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{1}{5}\sqrt{2} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{5}\sqrt{2}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 0): \quad f(4) = \frac{1}{5}\sqrt{2}\cdot 4 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{4}{5}\sqrt{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{5}\sqrt{2}x - \frac{4}{5}\sqrt{2}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

d)

$$P_1(k \mid 3);P_2(2k \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-1-3}{2k-k} = -\frac{4}{k} \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{k}x + a_0$$

$$P_1(k \mid 3): \quad f(k) = -\frac{4}{k}\cdot k + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3+4 = 7 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{4}{k}x + 7}}$$

A3 Ausführliche Lösung

e)

$$P_1(1|0);P_2(-1|k+1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k+1-0}{-1-1}=-\frac{k+1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{k+1}{2}x+a_0$$

$$P_1(1|0):\quad f(1)=-\frac{k+1}{2}\cdot 1+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{k+1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{k+1}{2}x+\frac{k+1}{2}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

f)

$$P_1\left(2\sqrt{k}\,|\,\sqrt{2k}\right);P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\sqrt{2k}}{\sqrt{k}-2\sqrt{k}}=\frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}}=\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right):\quad f\left(\sqrt{k}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}+a_0=0\Rightarrow a_0=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}=-\sqrt{2k}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x-\sqrt{2k}}}$$

A4 Aufgabe

Bestimmen Sie die Gleichung der linearen Funktion f(x), wenn bekannt ist:

a) Die Gerade verläuft durch $P(4|-1)$ mit der Steigung $a_1=\frac{5}{4}$

b) Die Gerade verläuft durch die Punkte $P_1(-5|-3)$ und $P_2(0|3)$

c) Die Gerade verläuft durch den Punkt $P(4{,}5|2{,}7)$ und ist 45^0 zur x - Achse geneigt.

d) Die Gerade verläuft durch $P(-1{,}5|0)$ und ist parallel zu $h(x)=2x+2$

A4 Ausführliche Lösung

a)

$$P(4|-1);a_1=\frac{5}{4}\quad\Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x+a_0$$

$$P(4|-1):\quad f(4)=\frac{5}{4}\cdot 4+a_0=-1\Rightarrow a_0=-6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{5}{4}x-6}}$$

A4 Ausführliche Lösung

b)

$$P_1(-5|-3);P_2(0|3)\Rightarrow a_0=3$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-3)}{0-(-5)}=\frac{6}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{6}{5}x+3}}$$

A4 Ausführliche Lösung

c)

$$45^0\triangleq a_1=1\Rightarrow f(x)=x+a_0$$

$$P(4{,}5|2{,}7):\quad f(4{,}5)=4{,}5+a_0=2{,}7\Rightarrow a_0=-1{,}8\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=x-1{,}8}}$$

A4 Ausführliche Lösung

d)

$$\text{parallel zu } h(x)=2x+2\Rightarrow a_1=2\Rightarrow f(x)=2x+a_0$$

$$P(-1{,}5|0):\quad f(-1{,}5)=2\cdot(-1{,}5)+a_0=0\Rightarrow a_0=3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+3}}$$

A5 Aufgabe

Zeichnen Sie die Gerade g und bestimmen Sie die Geradengleichung.

a) $P(3\,|\,-1) \in g$ und g verläuft parallel zur y - Achse.

b) $P(3{,}5\,|\,2{,}5) \in g$ und g verläuft parallel zur x - Achse.

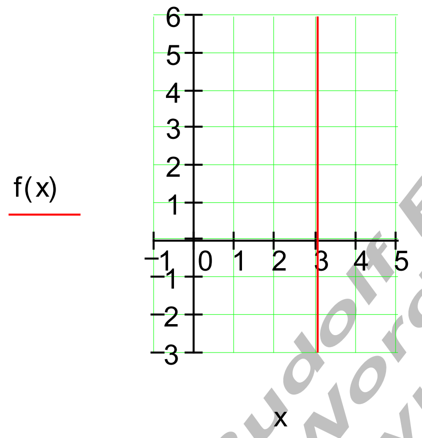
c) g verläuft durch $P(-5\,|\,1)$ und parallel zu $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

d) g verläuft durch $P\left(1\,|\,\frac{3}{2}\right)$ und parallel zur Geraden,

die durch die Punkte $P_1(-2\,|\,-3)$ und $P_2\left(\frac{3}{2}\,|\,-5\right)$ verläuft.

A5 Ausführliche Lösung

a)



$P(3\,|\,-1) \in g$

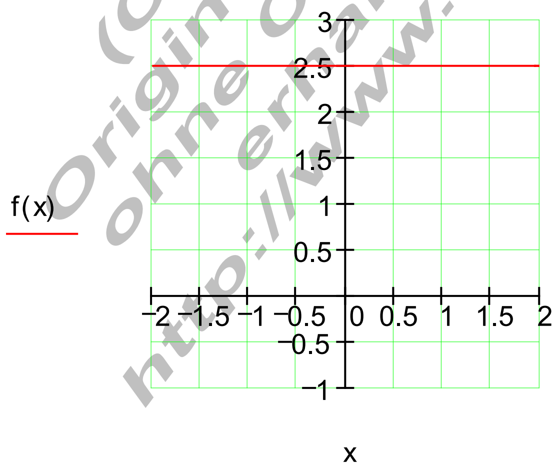
Die Gerade verläuft parallel zur y - Achse und hat die Gleichung

$\underline{\underline{x = 3}}$

Hierbei handelt es sich nicht um eine Funktion, denn zum x - Wert 3 gibt es unendlich viele y - Werte.

A5 Ausführliche Lösung

b)



$P(3{,}5\,|\,2{,}5) \in g$

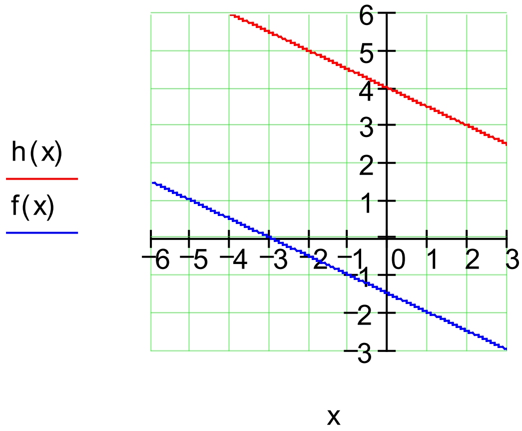
Die Gerade verläuft parallel zur x - Achse und hat die Gleichung

$\underline{\underline{f(x) = 2{,}5}}$

Hierbei handelt es sich um eine Funktion, denn zu jedem x - Wert gehört genau ein y - Wert.

A5 Ausführliche Lösung

c)



paralel zu $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

$\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$

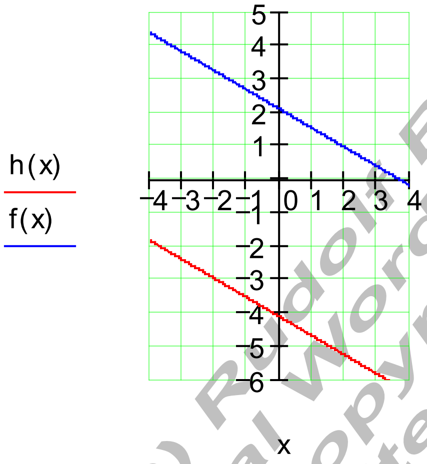
$P(-5\,|\,1)$:

$\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2}\cdot(-5) + a_0 = 1$

$\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}}$

A5 Ausführliche Lösung

d)



parallel zur Geraden h(x)
durch P_1 und P_2 bedeutet,
aus $P_1(-2\,|\,-3)$ und $P_1\left(\frac{3}{2}\,|\,-5\right)$
lässt sich die Steigung a_1 bestimmen.

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-(-3)}{\frac{3}{2}-(-2)} = -\frac{4}{7}$

$\Rightarrow f(x) = -\frac{4}{7}x + a_0$

$P\left(1\,|\,\frac{3}{2}\right) :\Rightarrow f(1) = -\frac{4}{7}\cdot 1 + a_0 = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow a_0 = \frac{19}{14} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{4}{7}x + \frac{29}{14}}}$