

Lösungen Text- und Anwendungsaufgaben II

Ausführliche Lösungen:

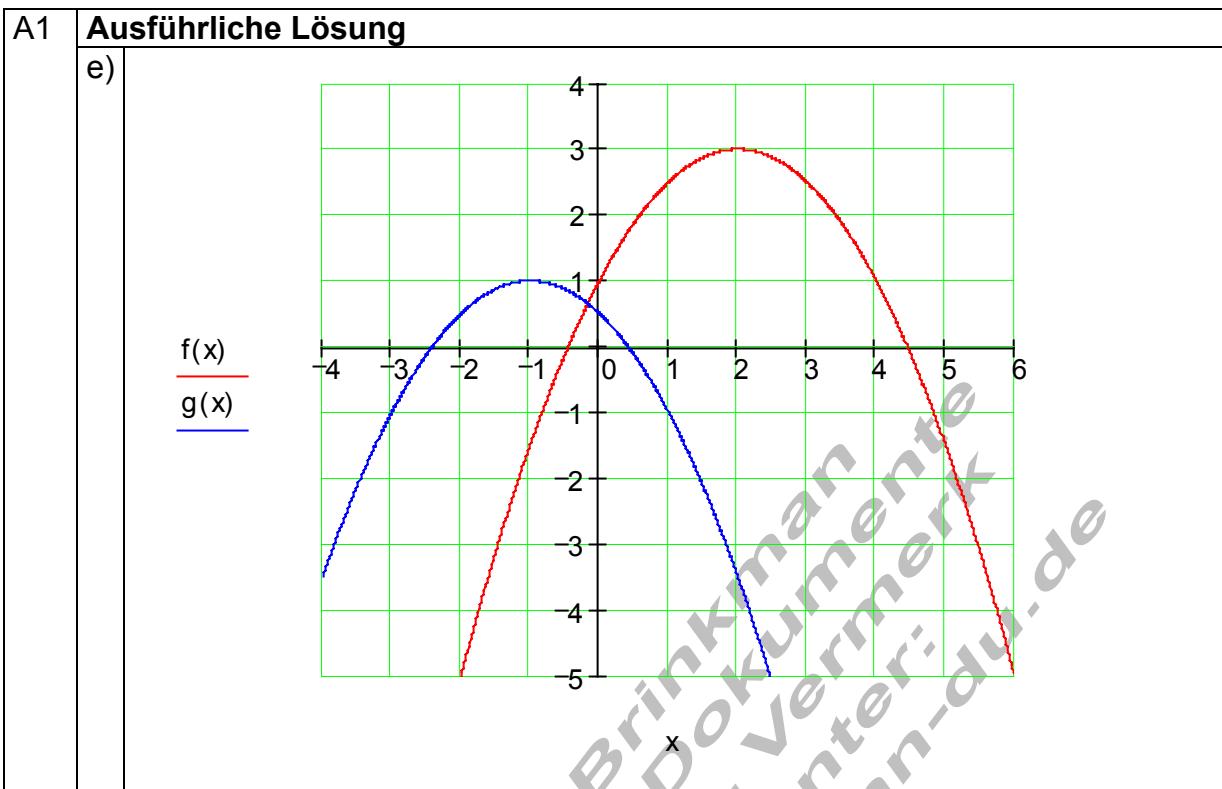
A1	Aufgabe
	Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Parabel mit: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$
a)	Berechnen Sie die Scheitelpunktform.
b)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
c)	Die Parabel soll so verschoben werden, dass der Punkt der Parabel, der auf der y – Achse liegt durch den Punkt P (-3 -1) verläuft. Wie lautet die Funktionsgleichung g(x) der verschobenen Parabel?
d)	Wo schneiden sich beide Parabeln?
e)	Zeichnen Sie beide Parabeln in ein geeignetes Koordinatensystem.

A1	Ausführliche Lösung
a)	Scheitelpunktform: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x - 2)$ $\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 2) \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}[(x-2)^2 - 4 - 2]$ $\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}[(x-2)^2 - 6] \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3 \Rightarrow S(2 3)$

A1	Ausführliche Lösung
b)	Achsenschnittpunkte: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow P_y(0 1)$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = 0 \mid \cdot(-2)$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$ $\Rightarrow p = -4; q = -2$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{cases} x_1 = 2 + \sqrt{6} \\ x_2 = 2 - \sqrt{6} \end{cases}$ $\Rightarrow P_{x_1}(2 + \sqrt{6} \approx 4,45 0)$ $P_{x_2}(2 - \sqrt{6} \approx -0,45 0)$

A1	Ausführliche Lösung
c)	<p>Der Punkt der Parabel, der auf der y- Achse liegt, ist $P_y(0 1)$. Dieser soll zum Punkt $P(-3 -1)$ verschoben werden.</p> $P_y(0 1) \xrightarrow{\text{Verschiebung}} P(-3 -1)$ <p>$0 \rightarrow -3$: Verschiebung um 3 Einheiten nach links. $1 \rightarrow -1$: Verschiebung um 2 Einheiten nach unten.</p> <p>Wenn ein Punkt der Parabel diese Verschiebung erfährt, dann erfährt jeder Punkt der Parabel diese Verschiebung, also auch der Scheitelpunkt.</p> <p>Der Scheitelpunkt der Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x)$ wird um 3 Einheiten nach links und um 2 Einheiten nach unten verschoben, so dass daraus der Scheitelpunkt der verschobenen Parabel wird.</p> $S(2 3) \xrightarrow{3 \text{ EH nach links und } 2 \text{ EH nach unten}} S(-1 1)$ $\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$ $\Leftrightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$

A1	Ausführliche Lösung
d)	<p>Parabelschnittpunkt:</p> $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \mid +\frac{1}{2}x^2$ $\Leftrightarrow 2x + 1 = -x + \frac{1}{2} \mid +x$ $\Leftrightarrow 3x + 1 = \frac{1}{2} \mid -1$ $\Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \mid :3$ $\Leftrightarrow x = x_s = -\frac{1}{6}$ <p style="margin-left: 150px;">$y_s = f(x_s) = f\left(-\frac{1}{6}\right)$</p> $\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) + 1$ $\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{36} - \frac{2}{6} + 1$ $\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{72} - \frac{24}{72} + \frac{72}{72} = \frac{47}{72}$ <p>Parabelschnittpunkt: $S\left(-\frac{1}{6} \approx -0,17 \mid \frac{47}{72} \approx 0,65\right)$</p>



A2 Aufgabe

Ein biologischer Versuch zeigt folgende Messwerte bei der Untersuchung einer Zellkultur:

benötigte Zeit in h	0	2	4	6	8
Anzahl der Zellteilungen	0	2	8	18	32

a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung.
b) Zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
c) Nach welcher Zeit haben 200 Zellteilungen stattgefunden?
d) Wie lange dauert es, bis 1800 Teilungen erfolgt sind?

A2 Ausführliche Lösung

a) Zeit in h | 0 | 2 | 4 | 6 | 8
Zellteilungen | 0 | 2 | 8 | 18 | 32
Funktionsgleichung: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$
Die Funktionsgleichung kann durch probieren gefunden werden.

b)

c) $f(x) = 200 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 200 | \cdot 2$
 $\Leftrightarrow x^2 = 400$
 $\Leftrightarrow x = 20$
 $\Rightarrow 200$ Teilungen nach 20 h

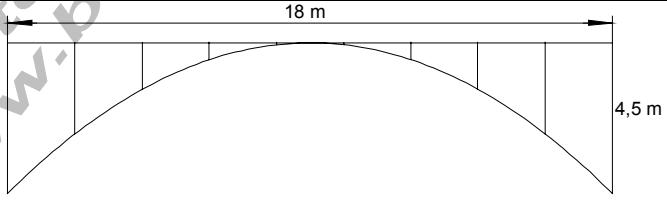
d) $f(x) = 1800 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 1800 | \cdot 2$
 $\Leftrightarrow x^2 = 3600$
 $\Leftrightarrow x = 60$
 $\Rightarrow 1800$ Teilungen nach 60 h

<p>A3 Aufgabe</p> <p>Die Parallele zur x – Achse mit der Funktionsgleichung $f(x) = a$ für $0 < a < 3$ schneidet die Gerade g im Punkt B und die Gerade h im Punkt C. Die Koordinaten von Punkt A sind A (1 0).</p> <p>Die Punkte A, B und C sind die Eckpunkte eines Dreiecks.</p> <p>Wie ist a zu wählen, damit der Flächeninhalt des Dreiecks den größtmöglichen Wert besitzt?</p> <p>Koordinatenpunkte der beiden Geraden können abgelesen werden.</p>	
---	--

<p>A3 Ausführliche Lösung</p> <p>$g(x) = 3x ; h(x) = -2x + a_0$</p> <p>$P(3 0) : h(3) = -2 \cdot 3 + a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 6 \Rightarrow h(x) = -2x + 6$</p> <p>Dreieckfläche: $A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{\overline{BC} \cdot a}{2}$</p> <p>Die x – Koordinaten der Punkte B und C sind zu bestimmen.</p> <p>B: Schnitt g(x) mit f(x): $g(x) = f(x) \Leftrightarrow 3x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{3} \Rightarrow B\left(\frac{a}{3} \mid a\right)$</p> <p>C: Schnitt h(x) mit f(x): $h(x) = f(x) \Leftrightarrow -2x + 6 = a \Leftrightarrow x = 3 - \frac{5a}{6} \Rightarrow C\left(3 - \frac{5a}{6} \mid a\right)$</p> <p>Abstand $\overline{BC} : 3 - \frac{a}{3} - \frac{a}{3} = 3 - \frac{5a}{6}$</p> <p>Flächeninhalt: $A = \frac{\overline{BC} \cdot a}{2} = \frac{\left(3 - \frac{5a}{6}\right) \cdot a}{2} = -\frac{5}{12}a^2 + \frac{3}{2}a = A(a)$</p> <p>Parabel nach unten geöffnet</p> <p>Nullstellen: $a\left(-\frac{5}{12}a + \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow a_1 = 0 ; a_2 = \frac{18}{5}$</p> <p>1. Scheitelkoordinate: $\frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5} = 1,8$</p> <p>2. Scheitelkoordinate: $A\left(\frac{9}{5}\right) = \frac{27}{20} = 1,35$</p> <p>Für $\underline{\underline{a = 1,8}}$ ist der Flächeninhalt des Dreiecks maximal und zwar $\underline{\underline{1,35 \text{ FE}}}$</p>
--

A4	Aufgabe Der Kraftstoffverbrauch eines PKW hängt bekanntlich von der Geschwindigkeit ab. Durch Messungen wurde der funktionale Zusammenhang ermittelt. Es gilt: $K(v) = 0,002 v^2 - 0,18 v + 8,55$ für $v > 40$ Dabei bedeuten: $K(v)$ der Kraftstoffverbrauch in Liter/100 km und v die Geschwindigkeit in km/h. a) Bei welcher Geschwindigkeit beträgt der Verbrauch genau 7 Liter auf 100 km? b) Bei welcher Geschwindigkeit ist der Kraftstoffverbrauch am geringsten?
----	--

A4	Ausführliche Lösung a) $K(v) = 0,002v^2 - 0,18v + 8,55$ für $v > 40$ $K(v) = 7 \Leftrightarrow 0,002v^2 - 0,18v + 8,55 = 7 \Leftrightarrow v^2 - 90v + 775 = 0$ $p = -90 ; q = 775 \Rightarrow D = 1250$ $v_1 = 45 + \sqrt{1250} \approx 80,36$ $v_2 = 45 - \sqrt{1250} \approx 9,6$ scheidet aus wegen $v > 40$ Bei einer Geschwindigkeit von 80,36 km/h ist der Verbrauch 7 Liter/100 km. b) Scheitelpunkt ist Minimum $v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{45 + \sqrt{1250} + 45 - \sqrt{1250}}{2} = 45$ $K(45) = 0,02 \cdot 45^2 - 0,18 \cdot 45 + 8,55 = 4,5$ Bei einer Geschwindigkeit von 45 km/h ist der Verbrauch mit 4,5 Liter/ 100 km am geringsten.
----	--

A5	Aufgabe Für eine 18 m lange Brücke werden in 2 m Abstand Stützpfiler benötigt. Berechnen Sie die Länge aller Pfeiler.	
----	--	--

A5	Ausführliche Lösung Der Koordinatenursprung wird in den Scheitelpunkt des Brückenbogens gelegt. $f(x) = a_2 x^2$ mit $P(9 -4,5)$ folgt: $f(9) = 81a_2 = -4,5 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{18}$ und $f(x) = -\frac{1}{18}x^2$ Die Abstände der Pfeiler vom Scheitelpunkt sind: $\pm 1 ; \pm 3 ; \pm 5 ; \pm 7 ; \pm 9$ $f(1) = f(-1) = -0,056 ; f(3) = f(-3) = -0,5 ; f(5) = f(-5) = -1,389$ $f(7) = f(-7) = -2,722 ; f(9) = f(-9) = -4,5$ Pfeilerlängen für je 2 Pfeiler: $0,056 \text{ m} ; 0,5 \text{ m} ; 1,389 \text{ m} ; 2,722 \text{ m} ; 4,5 \text{ m}$
----	--