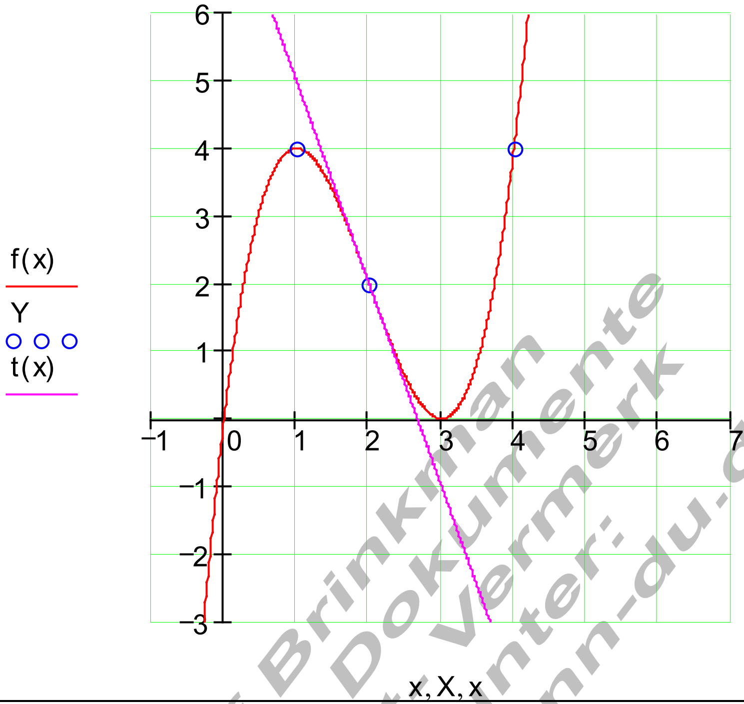
Ergebnisse Aufgaben zur Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen I

E1.1	**Aufgabe**	
	Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:	
	1.1	$P_1(1\mid 4);P_2(2\mid 2);P_3(4\mid 4);P_4(5\mid 20)$
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
	b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
	c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
	d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
	e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
	f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
	g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
	h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
	i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
	j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.1	**Ergebnisse** zu $P_1(1\mid 4);P_2(2\mid 2);P_3(4\mid 4);P_4(5\mid 20)$			
	a) Funktionsgleichung: $f(x)=x^3-6x^2+9x$		b) Maximale Definitionsmenge von: $f(x)=x^3-6x^2+9x$ $\boxed{D=\mathbb{R}}$	
	c) Verlauf des Graphen von III nach I		d) Symmetrie: keine	
	e) Extrempunkte: $f'(x)=3x^2-12x+9 \Rightarrow f''(x)=6x-12 \Leftrightarrow f'''(x)=6$ $P_{Min}(3\mid 0);P_{Max}(1\mid 4)$			
	f) Wendepunkt und Wendetangente: $P_W(2\mid 2)$ $t(x)=-3x+8$			
	g) Achsenschnittpunkte: $P_y(0\mid 0);P_{x1}(0\mid 0);P_{x2/3}(3\mid 0)$			

E1.1 Ergebnisse

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty;2\right[$ Linkskrümmung in $\left]2;\infty\right[$

streng monoton wachsend in $\left]-\infty;1\right[$

streng monoton fallend in $\left]1;3\right[$

streng monoton wachsend in $\left]3;\infty\right[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{6}{x}+\frac{9}{x^2}\right) = -\infty \qquad \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x^3\left(1-\frac{6}{x}+\frac{9}{x^2}\right) = \infty$$

E1.2 Aufgabe

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:

$$P_1\left(-3\,\middle|\,\frac{5}{2}\right);P_2(-2\,|\,8);P_3\left(-1\,\middle|\,\frac{9}{2}\right);P_4\left(1\,\middle|\,-\frac{11}{2}\right)$$

a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.2 **Ergebnisse** zu

$P_1\left(-3\,\middle|\,\frac{5}{2}\right); P_2(-2\,|\,8); P_3\left(-1\,\middle|\,\frac{9}{2}\right); P_4\left(1\,\middle|\,-\frac{11}{2}\right)$

a)	Funktionsgleichung: $f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2$	b)	Maximale Definitionsmenge von: $f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-6x-2$ $\boxed{D=\mathbb{R}}$
c)	Verlauf des Graphen von III nach I	d)	Symmetrie: keine

e) Extrempunkte:

$f'(x)=3x^2+3x-6 \Rightarrow f''(x)=6x+3 \Rightarrow f'''(x)=6$

$P_{Min}\left(1\,\middle|\,-\frac{11}{2}=-5{,}5\right); P_{Max}(-2\,|\,8)$

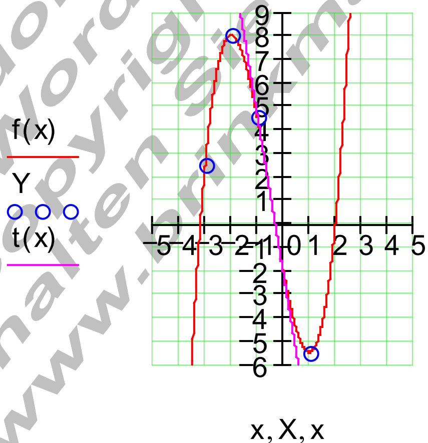
f) Wendepunkt und Wendetangente:

$P_W\left(-\frac{1}{2}=-0{,}5\,\middle|\,\frac{5}{4}=1{,}25\right)$ $\quad t(x)=-\frac{27}{4}x-\frac{17}{8}$

g) Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,-2); P_{x1}(2\,|\,0); P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx-0{,}31\,\middle|\,0\right); P_{x3}\left(-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx-3{,}19\,\middle|\,0\right)$

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ Linkskrümmung in $\left]-\frac{1}{2};\infty\right[$

streng monoton wachsend in $]-\infty;-2[$

streng monoton fallend in $]-2;1[$

streng monoton wachsend in $]1;\infty[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3\left(1+\frac{3}{2x}-\frac{6}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)=-\infty$$

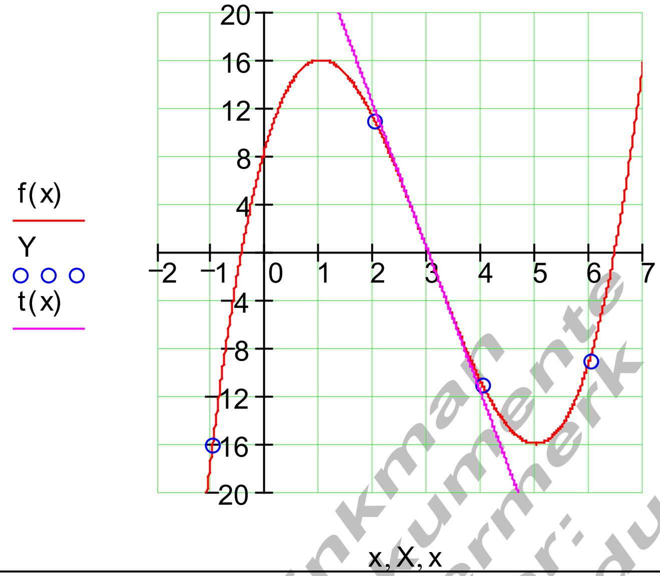
$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty} x^3\left(1+\frac{3}{2x}-\frac{6}{x^2}-\frac{2}{x^3}\right)=\infty$$

E1.3	**Aufgabe**		
	Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:		
	$P_1(-1 \mid -16);P_2(2 \mid 11);P_3(4 \mid -11);P_4(6 \mid -9)$		
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.	
	b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.	
	c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.	
	d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.	
	e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.	
	f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.	
	g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.	
	h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.	
	i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.	
	j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.	

E1.3	**Ergebnisse** zu $P_1(-1 \mid -16);P_2(2 \mid 11);P_3(4 \mid -11);P_4(6 \mid -9)$			
	a)	Funktionsgleichung: $f(x)=x^3-9x^2+15x+9$	b)	Maximale Definitionsmenge von: $f(x)=x^3-9x^2+15x+9$ $\boxed{D=\mathbb{R}}$
	c)	Verlauf des Graphen von III nach I	d)	Symmetrie: keine
	e)	Extrempunkte: $f'(x)=3x^2-18x+15 \Rightarrow f''(x)=6x-18 \Rightarrow f'''(x)=6$ $P_{Min}(5 \mid -16);P_{Max}(1 \mid 16)$		
	f)	Wendepunkt und Wendetangente: $P_W(3 \mid 0)$ $t(x)=-12x+36$		
	g)	Achsenschnittpunkte: $P_y(0 \mid 9);P_{x1}(3 \mid 0);P_{x2}\left(3-\sqrt{12}\approx -0,46 \mid 0\right);P_{x3}\left(3+\sqrt{12}\approx 6,46 \mid 0\right)$		

E1.3 Ergebnisse

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty;3\right[$ Linkskrümmung in $\left]3;\infty\right[$

streng monoton wachsend in $\left]-\infty;1\right[$

streng monoton fallend in $\left]1;5\right[$

streng monoton wachsend in $\left]5;\infty\right[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{9}{x}+\frac{15}{x^2}+\frac{9}{x^3}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x^3\left(1-\frac{9}{x}+\frac{15}{x^2}+\frac{9}{x^3}\right) = \infty$$

E1.4 Aufgabe

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:

$P_1(-3\,|\,-2)$; $P_2(-2\,|\,6)$; $P_3(-1\,|\,7)$; $P_4(3\,|\,1)$

a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.4 **Ergebnisse** zu

$P_1(-3\,|\,-2)\,;P_2(-2\,|\,6)\,;P_3(-1\,|\,7)\,;P_4(3\,|\,1)$

a) Funktionsgleichung:

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$

b) Maximale Definitionsmenge von:

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \qquad \boxed{D=\mathbb{R}}$

c) Verlauf des Graphen von III nach I

d) Symmetrie: keine

e) Extrempunkte:

$f'(x)=\frac{3}{2}x^2-x-4 \Rightarrow f''(x)=3x-1 \Rightarrow f'''(x)=3$

$P_{Min}(2\,|\,-2)\,;P_{Max}\left(-\frac{4}{3}=-1,\overline{3}\;\middle|\;7\frac{7}{27}=7,\overline{259}\right)$

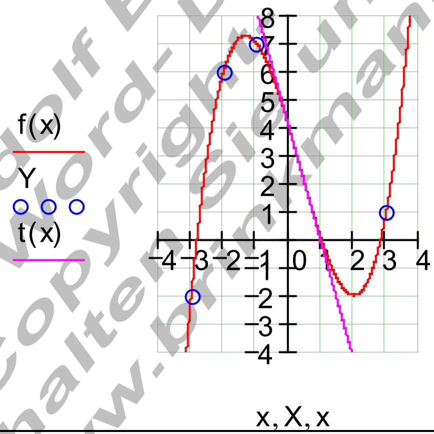
f) Wendepunkt und Wendetangente:

$P_W\left(\frac{1}{3}=0,\overline{3}\;\middle|\;2\frac{17}{27}=2,\overline{629}\right) \qquad t(x)=-\frac{25}{6}x+\frac{217}{54}$

g) Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,4)\,;P_{x1}(1\,|\,0)\,;P_{x2}\left(\sqrt{8}\approx 2,83\,|\,0\right);P_{x3}\left(-\sqrt{8}\approx -2,83\,|\,0\right)$

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty\,;\frac{1}{3}\right[$ Linkskrümmung in $\left]\frac{1}{3}\,;\infty\right[$

streng monoton wachsend in $\left]-\infty\,;-\frac{4}{3}\right[$

streng monoton fallend in $\left]-\frac{4}{3}\,;2\right[$

streng monoton wachsend in $]\,2\,;\infty\,[$

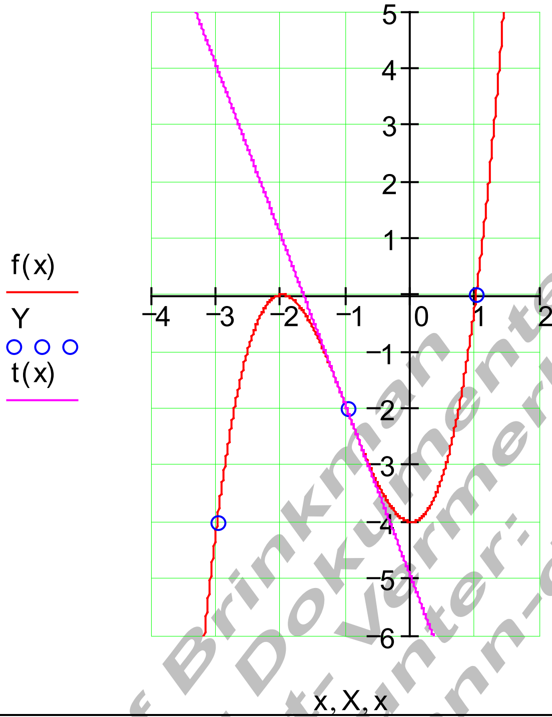
j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{2x}-\frac{4}{x^2}+\frac{4}{x^3}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty} x^3\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{2x}-\frac{4}{x^2}+\frac{4}{x^3}\right)=\infty$$

E1.5	**Aufgabe**	
	Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:	
	$P_1(-3\,|\,-4);\ P_2(-1\,|\,-2);\ P_3(1\,|\,0);\ P_4(2\,|\,16)$	
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
	b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
	c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
	d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
	e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
	f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
	g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
	h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
	i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
	j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.5	**Ergebnisse** zu $P_1(-3\,|\,-4);\ P_2(-1\,|\,-2);\ P_3(1\,|\,0);\ P_4(2\,|\,16)$			
	a)	Funktionsgleichung: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$	b)	Maximale Definitionsmenge von: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ $\boxed{D = \mathbb{R}}$
	c)	Verlauf des Graphen von III nach I	d)	Symmetrie: keine
	e)	Extrempunkte: $f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow f''(x) = 6x + 6 \Rightarrow f'''(x) = 6$ $P_{Min}(0\,|\,-4);\ P_{Max}(-2\,|\,0)$		
	f)	Wendepunkt und Wendetangente: $P_W(-1\,|\,-2)$ $t(x) = -3x - 5$		
	g)	Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,|\,-4);\ P_{x1}(1\,|\,0);\ P_{x2/3}(-2\,|\,0)$		

E1.5	**Ergebnisse**	
	h)	Der Graph:
		
	i)	Krümmungs- und Monotonieverhalten: Rechtskrümmung in $\left]-\infty;-1\right[$ Linkskrümmung in $\left]-1;\infty\right[$ streng monoton wachsend in $\left]-\infty;-2\right[$ streng monoton fallend in $\left]-2;0\right[$ streng monoton wachsend in $\left]0;\infty\right[$
	j)	Randpunkte des Definitionsbereichs: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3\left(1+\frac{3}{x}-\frac{4}{x^3}\right) = -\infty$ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} x^3\left(1+\frac{3}{x}-\frac{4}{x^3}\right) = \infty$

E1.6	**Aufgabe**	
	Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:	
	$P_1(-2\,|\,4);P_2(1\,|\,1);P_3(2\,|\,0);P_4(3\,|\,9)$	
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
	b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
	c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
	d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
	e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
	f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
	g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
	h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
	i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
	j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.6 Ergebnisse zu

$P_1(-2\,|\,4);P_2(1\,|\,1);P_3(2\,|\,0);P_4(3\,|\,9)$

a) Funktionsgleichung:

$f(x)=x^3-x^2-5x+6$

b) Maximale Definitionsmenge von:

$f(x)=x^3-x^2-5x+6 \qquad \boxed{D=\mathbb{R}}$

c) Verlauf des Graphen von III nach I

d) Symmetrie: keine

e) Extrempunkte:

$f'(x)=3x^2-2x-5 \Rightarrow f''(x)=6x-2 \Rightarrow f'''(x)=6$

$P_{Min}\left(\frac{5}{3}=1,\overline{6}\,\middle|\,-\frac{13}{27}\approx-0,48\right);P_{Max}(-1\,|\,9)$

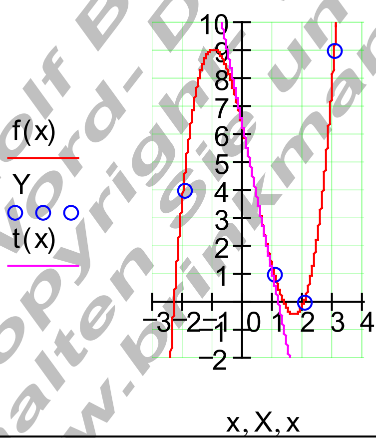
f) Wendepunkt und Wendetangente:

$P_W\left(\frac{1}{3}=0,\overline{3}\,\middle|\,\frac{115}{27}=4,\overline{259}\right) \qquad t(x)=-\frac{16}{3}x+\frac{163}{27}$

g) Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,6);P_{x1}(2\,|\,0);P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx1,3\,\middle|\,0\right);P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx-2,3\,\middle|\,0\right)$

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ Linkskrümmung in $\left]\frac{1}{3};\infty\right[$

streng monoton wachsend in $]-\infty;-1[$

streng monoton fallend in $\left]-1;\frac{5}{3}\right[$

streng monoton wachsend in $\left]\frac{5}{3};\infty\right[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}x^3\left(1-\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}+\frac{6}{x^3}\right)=-\infty$$

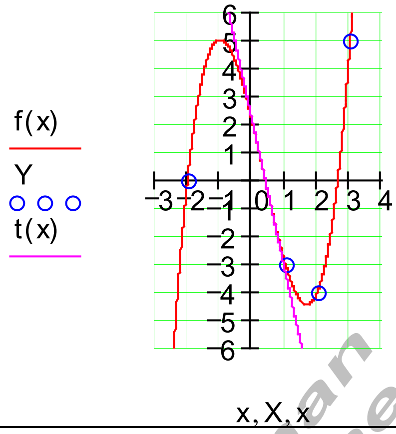
$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}x^3\left(1-\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}+\frac{6}{x^3}\right)=\infty$$

E1.7	**Aufgabe**	
	Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:	
	$P_1(-2\mid 0);P_2(1\mid -3);P_3(2\mid -4);P_4(3\mid 5)$	
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
	b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
	c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
	d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
	e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
	f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
	g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
	h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
	i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
	j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.7	**Ergebnisse** zu $P_1(-2\mid 0);P_2(1\mid -3);P_3(2\mid -4);P_4(3\mid 5)$			
	a)	Funktionsgleichung: $f(x)=x^3-x^2-5x+2$	b)	Maximale Definitionsmenge von: $f(x)=x^3-x^2-5x+2$ $\boxed{D=\mathbb{R}}$
	c)	Verlauf des Graphen von III nach I	d)	Symmetrie: keine
	e)	Extrempunkte: $f'(x)=3x^2-2x-5\Rightarrow f''(x)=6x-2\Rightarrow f'''(x)=6$ $P_{Min}\left(\frac{5}{3}=1,\overline{6}\;\middle\vert\;-\frac{121}{27}=-4,\overline{703}\right);P_{Max}(-1\mid 5)$		
	f)	Wendepunkt und Wendetangente: $P_W\left(\frac{1}{3}=0,\overline{3}\;\middle\vert\;\frac{7}{27}=0,\overline{259}\right)$ $t(x)=-\frac{16}{3}x+\frac{55}{27}$		
	g)	Achsenschnittpunkte: $P_y(0\mid 2);P_{x1}(-2\mid 0);P_{x2}\left(\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 0,38\;\middle\vert\;0\right);P_{x3}\left(\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{5}{4}}\approx 2,62\;\middle\vert\;0\right)$		

E1.7 Ergebnisse zu

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ Linkskrümmung in $\left]\frac{1}{3};\infty\right[$

streng monoton wachsend in $\left]-\infty;-1\right[$

streng monoton fallend in $\left]-1;\frac{5}{3}\right[$

streng monoton wachsend in $\left]\frac{5}{3};\infty\right[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty} x^3\left(1-\frac{1}{x}-\frac{5}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)=\infty$$

E1.8 Aufgabe

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:

$P_1\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,-\frac{77}{8}\right);P_2\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{45}{8}\right);P_3(1|6);P_4(3|-4)$

a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.8 **Ergebnisse** zu

$P_1\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,-\frac{77}{8}\right); P_2\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{45}{8}\right); P_3(1\,|\,6); P_4(3\,|\,-4)$

a) Funktionsgleichung:

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$

b) Maximale Definitionsmenge von:

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ $\boxed{D = \mathbb{R}}$

c) Verlauf des Graphen von III nach I

d) Symmetrie: keine

e) Extrempunkte:

$f'(x) = 3x^2 - 10x + 2 \Rightarrow f''(x) = 6x - 10 \Rightarrow f'''(x) = 6$

$P_{Min}\left(\frac{5}{3} + \sqrt{\frac{19}{9}} \approx 3{,}12 \,\middle|\, -4{,}06\right); P_{Max}\left(\frac{5}{3} - \sqrt{\frac{19}{9}} \approx 0{,}214 \,\middle|\, 8{,}21\right)$

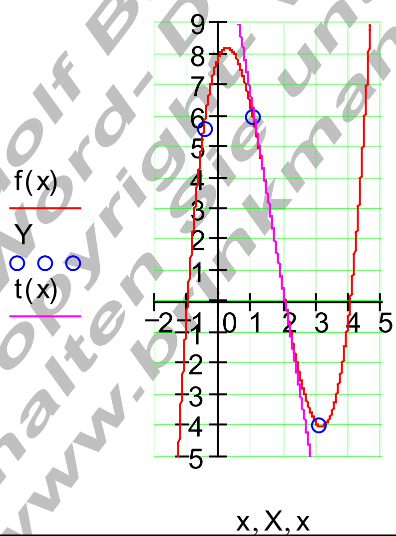
f) Wendepunkt und Wendetangente:

$P_W\left(\frac{5}{3} = 1{,}\overline{6} \,\middle|\, \frac{56}{27} = 2{,}\overline{074}\right)$ $t(x) = -\frac{19}{3}x + \frac{341}{27}$

g) Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,8); P_{x1}(4\,|\,0); P_{x2}(2\,|\,0); P_{x3}(-1\,|\,0)$

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty; \frac{5}{3}\right[$ Linkskrümmung in $\left]\frac{5}{3}; \infty\right[$

streng monoton wachsend in $]-\infty; 0{,}21[$

streng monoton fallend in $]0{,}21; 3{,}12[$

streng monoton wachsend in $]3{,}12; \infty[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} x^3\left(1 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{8}{x^3}\right) = -\infty$$

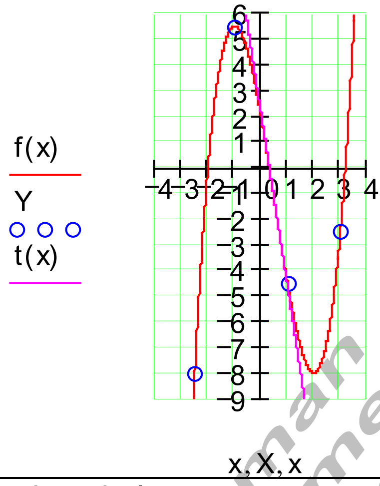
$$\lim_{x\to \infty} f(x) = \lim_{x\to \infty} x^3\left(1 - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{8}{x^3}\right) = \infty$$

E1.9	**Aufgabe**	
	Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:	
	$P_1\left(-\frac{5}{2} \middle\vert -8\right); P_2\left(-1 \middle\vert \frac{11}{2}\right); P_3\left(1 \middle\vert -\frac{9}{2}\right); P_4\left(3 \middle\vert -\frac{5}{2}\right)$	
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
	b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
	c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
	d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
	e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
	f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
	g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
	h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
	i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
	j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.9	**Ergebnisse** zu $P_1\left(-\frac{5}{2} \middle\vert -8\right); P_2\left(-1 \middle\vert \frac{11}{2}\right); P_3\left(1 \middle\vert -\frac{9}{2}\right); P_4\left(3 \middle\vert -\frac{5}{2}\right)$			
	a)	Funktionsgleichung: $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$	b)	Maximale Definitionsmenge von: $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$ $\boxed{D = \mathbb{R}}$
	c)	Verlauf des Graphen von III nach I	d)	Symmetrie: keine
	e)	Extrempunkte: $f'(x) = 3x^2 - 3x - 6 \Rightarrow f''(x) = 6x - 3 \Rightarrow f'''(x) = 6$ $P_{Min}(2 \mid -8); P_{Max}\left(-1 \middle\vert \frac{11}{2} = 5{,}5\right)$		
	f)	Wendepunkt und Wendetangente: $P_W\left(\frac{1}{2} = 0{,}5 \middle\vert -\frac{5}{4} = -1{,}25\right)$ $t(x) = -\frac{27}{4}x + \frac{17}{8}$		
	g)	Achsenschnittpunkte: $P_y(0 \mid 2); P_{x1}(-2 \mid 0); P_{x2}\left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0{,}31 \middle\vert 0\right); P_{x3}\left(\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3{,}19 \middle\vert 0\right)$		

E1.9 **Ergebnisse** zu

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty\,;\frac{1}{2}\right[$ Linkskrümmung in $\left]\frac{1}{2}\,;\infty\right[$

streng monoton wachsend in $\left]-\infty\,;-1\right[$

streng monoton fallend in $\left]-1\,;2\right[$

streng monoton wachsend in $\left]2\,;\infty\right[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{3}{2x}-\frac{6}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x^3\left(1-\frac{3}{2x}-\frac{6}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right) = \infty$$

E1.10 **Aufgabe**

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades verläuft durch die Punkte:

$P_1(-3\,|\,-2)\,;P_2(-2\,|\,6)\,;P_3(3\,|\,1)\,;P_4(4\,|\,12)$

a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
b)	Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge.
c)	Machen Sie eine Aussage über den Verlauf des Graphen.
d)	Machen Sie eine Aussage zur Symmetrie.
e)	Berechnen Sie die Extrempunkte.
f)	Berechnen Sie den Wendepunkt und die Gleichung der Wendetangente.
g)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
h)	Zeichnen Sie den Graphen von f(x) und den der Wendetangente in ein geeignetes Koordinatensystem.
i)	Bestimmen Sie aus der Grafik das Krümmungs- und Monotonieverhalten.
j)	Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereichs.

E1.10 **Ergebnisse** zu

$P_1(-3\,|\,-2);P_2(-2\,|\,6);P_3(3\,|\,1);P_4(4\,|\,12)$

a) Funktionsgleichung:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$

b) Maximale Definitionsmenge von:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \qquad \boxed{D=\mathbb{R}}$$

c) Verlauf des Graphen von III nach I

d) Symmetrie: keine

e) Extrempunkte:

$$f'(x)=\frac{3}{2}x^2-x-4 \Rightarrow f''(x)=3x-1 \Rightarrow f'''(x)=3$$

$$P_{Min}(2\,|\,-2);P_{Max}\left(-\frac{4}{3}=-1,\overline{3}\;\middle|\;\frac{196}{27}=7,\overline{259}\right)$$

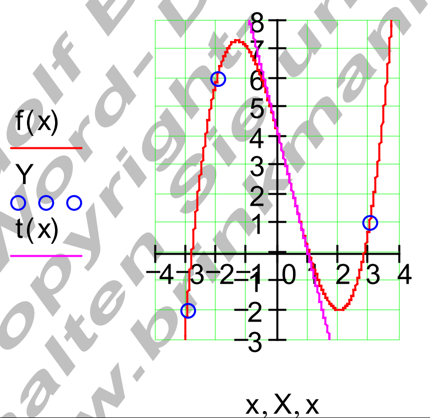
f) Wendepunkt und Wendetangente:

$$P_W\left(\frac{1}{3}=0,\overline{3}\;\middle|\;\frac{71}{27}=2,\overline{629}\right) \qquad t(x)=-\frac{25}{6}x+\frac{217}{54}$$

g) Achsenschnittpunkte:

$$P_y(0\,|\,4);P_{x1}(1\,|\,0);P_{x2}\left(\sqrt{8}\approx 2,83\,|\,0\right);P_{x3}\left(-\sqrt{8}\approx -2,83\,|\,0\right)$$

h) Der Graph:



i) Krümmungs- und Monotonieverhalten:

Rechtskrümmung in $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ Linkskrümmung in $\left]\frac{1}{3};\infty\right[$

streng monoton wachsend in $\left]-\infty;-\frac{4}{3}\right[$

streng monoton fallend in $\left]-\frac{4}{3};2\right[$

streng monoton wachsend in $\left]2;\infty\right[$

j) Randpunkte des Definitionsbereichs:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^3\left(1-\frac{3}{2x}-\frac{6}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)=-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty} x^3\left(1-\frac{3}{2x}-\frac{6}{x^2}+\frac{2}{x^3}\right)=\infty$$