

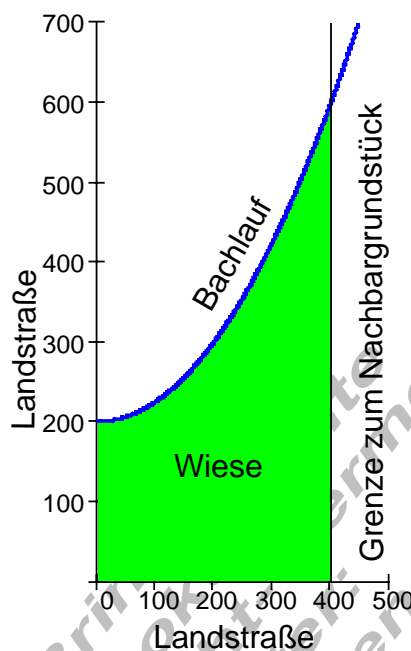
Einführungsbeispiel zur Integralrechnung

Die abgebildete Wiese soll verkauft werden. Sie wird oben von einem Bachlauf, links und unten von einer Landstraße und rechts von dem Nachbargrundstück begrenzt.

Um die Wiese verkaufen zu können, muss die Fläche ermittelt werden.

Der Verkäufer soll die Fläche möglichst genau, aber keinesfalls zu klein angeben.

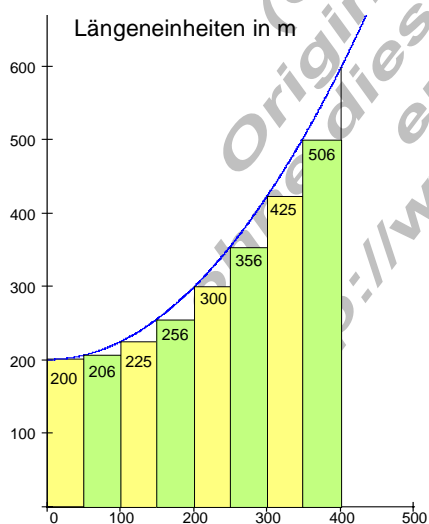
Der Käufer ermittelt auch zunächst für sich die Fläche, behält aber im Hinterkopf, dass er die Fläche bezahlen muss und keinesfalls mehr bezahlen will, als er wirklich an Wiese bekommt.



Nachdem nun Verkäufer und Käufer jeweils die Fläche bestimmt haben, kommen beide zusammen und müssen sich über die zu bezahlende Fläche einig werden.

Der Bach hat die Funktionsgleichung: $f(x) = \frac{1}{400}x^2 + 200$

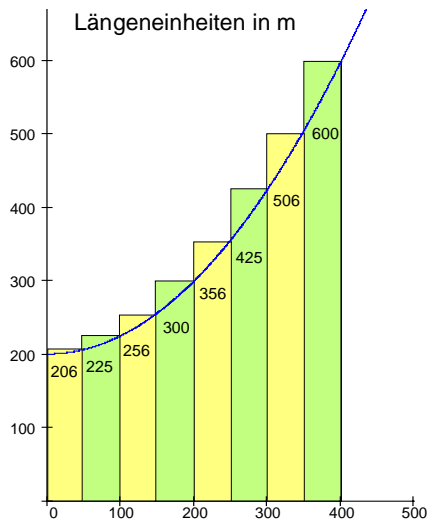
Mögliche Lösung für den Käufer:



Jeder Streifen ist 50 m breit und hat die in der Zeichnung angegebene Höhe. Die Streifenflächen werden zusammengezählt.

$$\begin{aligned}
 & 200 \cdot 50 = 10000 \\
 & + 206 \cdot 50 = 10300 \\
 & + 225 \cdot 50 = 11250 \\
 & + 256 \cdot 50 = 12800 \\
 & + 300 \cdot 50 = 15000 \\
 & + 356 \cdot 50 = 17800 \\
 & + 425 \cdot 50 = 21250 \\
 & + 506 \cdot 50 = 25300 \\
 & \hline
 & \underline{\underline{123700}}
 \end{aligned}$$

Für den Käufer ergibt sich somit eine Gesamtfläche von etwa **123700 m²**
 Mögliche Lösung für den Verkäufer:



Jeder Streifen ist 50 m breit und hat die in der Zeichnung angegebene Höhe. Die Streifenflächen werden zusammengezählt.

$$\begin{array}{r}
 206 \cdot 50 = 10300 \\
 + 225 \cdot 50 = 11250 \\
 + 256 \cdot 50 = 12800 \\
 + 300 \cdot 50 = 15000 \\
 + 356 \cdot 50 = 17800 \\
 + 425 \cdot 50 = 21250 \\
 + 506 \cdot 50 = 25250 \\
 + 600 \cdot 50 = 30000 \\
 \hline
 143700
 \end{array}$$

Für den Verkäufer ergibt sich somit eine Gesamtfläche von etwa **143700 m²**

Käufer und Verkäufer könnten sich in der „Mitte“ treffen, das bedeutet, dass sie beide den errechneten Mittelwert akzeptieren.

$$\text{Flächenmittelwert} = \frac{123700 \text{ m}^2 + 143700 \text{ m}^2}{2} = 133700 \text{ m}^2$$

Der tatsächliche Wert beträgt: 133333,3 m²

Das was im Beispiel der Käufer gemacht hat, nennt man die **Untersumme bilden**.

Das was der Verkäufer gemacht hat, nennt man die **Obersumme bilden**.

Der tatsächliche Flächenwert liegt irgendwo dazwischen.

Im Folgenden werden wir ein Verfahren entwickeln, diesen Wert genau zu berechnen. Dazu ist aber noch einiges an Vorarbeit zu leisten.