

Aufgabenblatt Parameteraufgaben zur Differential- und Integralrechnung.**Aufgabe 1:**

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = e^{2x} - k \cdot e^x$ für $k > 0$ und $x \in \mathbb{R}$

- Berechnen Sie, falls vorhanden, die Achsenschnittpunkte.
- Berechnen Sie, falls vorhanden, die Extrempunkte.
- Berechnen Sie, falls vorhanden, die Wendepunkte.
- Bestimmen Sie die Funktionswerte für die Grenzen des Definitionsbereichs.
- Bestimmen Sie die Fläche A_k zwischen den Achsenschnittpunkten und der x - Achse.
- Fertigen Sie eine Wertetabelle für $x \in \{-3; -2,5; \dots; 1; 1,5\}$ an und zeichnen Sie die Graphen für $k \in \{2; 3; 4; 5\}$ in ein Koordinatensystem.
- Berechnen Sie die Ortskurve $f_{ok}(x)$ der Tiefpunkte von $f_k(x)$ und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem.
- Berechnen Sie für $k = 5$ die Fläche A_k .

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = (k - x)e^{\frac{1}{2}x}$ für $k > 0$ und $x \in \mathbb{R}$

- Berechnen Sie, falls vorhanden, die Achsenschnittpunkte.
- Berechnen Sie, falls vorhanden, die Extrempunkte.
- Berechnen Sie, falls vorhanden, die Wendepunkte.
- Bestimmen Sie die Funktionswerte für die Grenzen des Definitionsbereichs.
- Bestimmen Sie die Fläche A_k zwischen den Achsenschnittpunkten und der x - Achse.
- Fertigen Sie eine Wertetabelle für $x \in \{-5; -4; \dots; 4; 5\}$ an und zeichnen Sie die Graphen für $k \in \{1; 2; 3; 4\}$ in ein Koordinatensystem.
- Berechnen Sie die Funktionsgleichungen folgender Ortskurven:
 $f_{okh}(x)$ Ortskurve der Hochpunkte von $f_k(x)$ und
 $f_{okw}(x)$ Ortskurve der Wendepunkte von $f_k(x)$ und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem.
- Berechnen Sie für $k = 4$ die Fläche A_4 und kennzeichnen Sie diese im Koordinatensystem.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = (x^2 - k) \cdot e^{\frac{1}{2}x}$ für $k \in \mathbb{R}$ und $x \in \mathbb{R}$

- Berechnen Sie, falls vorhanden, die Achsenschnittpunkte.
Für welche Werte von k gibt es Nullstellen?
- Berechnen Sie die ersten drei Ableitungen von $f_k(x)$.
- Untersuchen Sie $f_k(x)$ auf Extremstellen und machen Sie eine Aussage über die Art des Extremums in Abhängigkeit von k .
- Untersuchen Sie $f_k(x)$ auf Wendestellen in Abhängigkeit von k .
- Die Fläche A_k zwischen den Nullstellen und der x - Achse soll in Abhängigkeit von k berechnet werden.

$$\text{Hilfestellung: } \int x^2 \cdot e^{\frac{1}{2}x} dx = (2x^2 - 8x + 16) \cdot e^{\frac{1}{2}x} + C$$

- Zeichnen Sie die Graphen für $k \in (-4; -2; 0; 2; 4)$ in ein Koordinatensystem.

Verwenden Sie die Daten aus folgender Wertetabelle:

x	-10	-8	-6	-4	-2	0	2
$f_{-4}(x)$	0,7	1,25	1,99	2,71	2,94	4	21,75
$f_{-2}(x)$	0,69	1,21	1,89	2,44	2,21	2	16,31
$f_0(x)$	0,67	1,17	1,79	2,17	1,47	0	10,97
$f_2(x)$	0,66	1,14	1,69	1,89	0,74	-2	5,44
$f_4(x)$	0,65	1,1	1,59	1,62	0	-4	0

Berechnen Sie zusätzlich, falls erforderlich, die Nullstellen, Extrempunkte und die Wendepunkte.

- Berechnen Sie den Flächeninhalt von A_4 und kennzeichnen Sie diese Fläche im Koordinatensystem.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Funktion $f_k(x) = \frac{1}{4}k \cdot e^x - 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x}$ für $k > 0$ und $x \in \mathbb{R}$

- Untersuchen Sie f_k auf Achsenschnittpunkte und berechnen Sie diese.
- Bilden Sie die ersten drei Ableitungen von $f_k(x)$.
- Untersuchen Sie f_k auf Extrempunkte und berechnen Sie diese.
- Untersuchen Sie f_k auf Wendepunkte und berechnen Sie diese.
- Bestimmen Sie die Funktionswerte für die Grenzen des Definitionsbereichs.
- Bestimmen Sie die Ortskurve $f_{ok}(x)$ für die Extrempunkte.
- Bestimmen Sie die Fläche A_k zwischen den Achsenschnittpunkten und der x - Achse.
- Verwenden Sie folgende Wertetabelle und zeichnen Sie die Graphen für $f_1(x)$; $f_2(x)$; $f_3(x)$; $f_4(x)$ und die Ortskurve $f_{ok}(x)$ in ein Koordinatensystem.
Berechnen Sie die Werte der markanten Punkte (Achsenschnittpunkte, Extrem- und Wendepunkte) mit dem Taschenrechner.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f_1(x)$	-0,16	-0,27	-0,43	-0,7	-1,12	-1,75	-2,62	-3,59	-3,94	-1,13	12,7
$f_2(x)$	-0,16	-0,26	-0,42	-0,67	-1,03	-1,5	-1,94	-1,74	1,08	12,5	49,8
$f_3(x)$	-0,16	-0,26	-0,41	-0,63	-0,94	-1,25	-1,26	0,11	6,1	26,2	86,9
$f_4(x)$	-0,16	-0,25	-0,4	-0,6	-0,85	-1	-0,58	1,95	11,1	39,8	124

- Berechnen Sie für $k = 1$ die Fläche A_k und kennzeichnen Sie diese im Koordinatensystem.