


## Lösungen Mittelwert, Median II

### Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	a) Notendurchschnitt $= \frac{4 \cdot 1 + 8 \cdot 1,5 + 10 \cdot 2 + 12 \cdot 2,5 + 15 \cdot 3 + 4 \cdot 3,5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4,5 + 2 \cdot 5}{60} = \underline{\underline{2,6}}$

A1	Ausführliche Lösung												
	b) Klasseneinteilung/absolute Häufigkeit: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Klasse</th> <th><math>1 \leq x &lt; 2</math></th> <th><math>2 \leq x &lt; 3</math></th> <th><math>3 \leq x &lt; 4</math></th> <th><math>4 \leq x &lt; 5</math></th> <th><math>5 \leq x \leq 6</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>abs. Häufigkeit</td> <td>12</td> <td>22</td> <td>19</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Säulendiagramm:</p>	Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$	abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2
Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$								
abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2								

A1	Ausführliche Lösung																		
	<p>c) Klasseneinteilung/relative Häufigkeit:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Klasse</th> <th><math>1 \leq x &lt; 2</math></th> <th><math>2 \leq x &lt; 3</math></th> <th><math>3 \leq x &lt; 4</math></th> <th><math>4 \leq x &lt; 5</math></th> <th><math>5 \leq x \leq 6</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>abs. Häufigkeit</td> <td>12</td> <td>22</td> <td>19</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>rel. Häufigkeit</td> <td>20%</td> <td>36,7%</td> <td>31,7%</td> <td>8,3%</td> <td>3,3%</td> </tr> </tbody> </table> 	Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$	abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2	rel. Häufigkeit	20%	36,7%	31,7%	8,3%	3,3%
Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$														
abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2														
rel. Häufigkeit	20%	36,7%	31,7%	8,3%	3,3%														

A2	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>Der Modus ist der Wert, der am häufigsten vorkommt, das sind die 325 € mit der absoluten Häufigkeit 10. Er bleibt unverändert.</p> <p>Auch der Median bleibt unverändert, die 2800 € liegen weit außerhalb der Mitte.</p> <p>Der Mittelwert ändert sich von 325 € auf <math>(3250 € + 2800 €) / 11 = \underline{550 €}</math></p>
----	---

<b>A3</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>																										
a)	<p>arithmetisches Mittel: <math>\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}</math> mit <math>n = 13</math> gilt:</p> $\bar{x} = \frac{1300 + 1200 + 1400 + 700 + 200 + 750 + 1450 + 1500 + 800 + 800 + 950 + 900 + 3000}{13}$ $= \frac{14950}{13} = 1150$ <p>Die durchschnittlichen Ausgaben betragen <math>\underline{\underline{\bar{x} = 1150 \text{ €}}}</math></p> <p>Median: Die Daten werden nach der Größe sortiert:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td><math>x_1</math></td><td><math>x_2</math></td><td><math>x_3</math></td><td><math>x_4</math></td><td><math>x_5</math></td><td><math>x_6</math></td><td><math>x_7</math></td><td><math>x_8</math></td><td><math>x_9</math></td><td><math>x_{10}</math></td><td><math>x_{11}</math></td><td><math>x_{12}</math></td><td><math>x_{13}</math></td> </tr> <tr> <td>200</td><td>700</td><td>750</td><td>800</td><td>800</td><td>900</td><td>950</td><td>1200</td><td>1300</td><td>1400</td><td>1450</td><td>1500</td><td>3000</td> </tr> </table> <p><math>n = 13</math> ist ungerade <math>\Rightarrow x_{\text{Med}} = x_{\frac{n+1}{2}} = x_7 = 950</math></p> <p>Der Median bildet das Zentrum der geordneten Daten (Ausgaben) <math>\underline{\underline{x_{\text{Med}} = 950 \text{ €}}}</math></p> <p>Der Modus ist der Wert mit der größten Häufigkeit: <math>\underline{\underline{x_{\text{Mod}} = 800 \text{ €}}}</math> (Häufigkeit = 2)</p>	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	200	700	750	800	800	900	950	1200	1300	1400	1450	1500	3000
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$															
200	700	750	800	800	900	950	1200	1300	1400	1450	1500	3000															
b)	Die Lagemaße unterscheiden sich voneinander, weil die Ausgaben ungleich verteilt sind (Ausreißer 3000 €).																										
c)	Der Median charakterisiert die Stichprobe am besten, da er gegen Ausreißer unempfindlich ist.																										

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>												
a)	<p>Stängel - Blatt - Diagramm</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black;">Typ A</td> <td>Typ B</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">7</td> <td style="border-right: 1px solid black;">0 4 8 9</td> <td>7 6 7 8 8 9 9</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">8</td> <td style="border-right: 1px solid black;">0 2 2 3 4 6</td> <td>8 1 3 4 5 5 7</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">9</td> <td style="border-right: 1px solid black;">3</td> <td></td> </tr> </table>		Typ A	Typ B	7	0 4 8 9	7 6 7 8 8 9 9	8	0 2 2 3 4 6	8 1 3 4 5 5 7	9	3	
	Typ A	Typ B											
7	0 4 8 9	7 6 7 8 8 9 9											
8	0 2 2 3 4 6	8 1 3 4 5 5 7											
9	3												

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>						
b)	<p>Median</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td> <td style="border-right: 1px solid black;">Typ A</td> <td>Typ B</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"><math>x_{\text{Med}} = x_6 = 8,2</math></td> <td style="border-right: 1px solid black;"><math>x_{\text{Med}} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8</math></td> <td></td> </tr> </table> <p>Der Median von Typ A liegt höher.</p>		Typ A	Typ B	$x_{\text{Med}} = x_6 = 8,2$	$x_{\text{Med}} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8$	
	Typ A	Typ B					
$x_{\text{Med}} = x_6 = 8,2$	$x_{\text{Med}} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8$						

A4	Ausführliche Lösung
	<p>c) Mittelwerte:</p> <p>Typ A: <math>\bar{x}_A = \frac{7,0 + 7,4 + 7,8 + 7,9 + 8,0 + 16,4 + 8,3 + 8,4 + 8,6 + 9,3}{11} = \frac{89,1}{11} = \underline{\underline{8,1}}</math></p> <p>Typ B: <math>\bar{x}_B = \frac{7,6 + 7,7 + 15,6 + 15,8 + 8,1 + 8,3 + 8,4 + 17 + 8,7}{12} = \frac{97,2}{12} = \underline{\underline{8,1}}</math></p> <p>Typ A und Typ B haben den gleichen Mittelwert: <math>\bar{x} = \frac{8,1 \text{ Liter}}{100 \text{ km}}</math></p>

A4 d) Ausführliche Lösung					
Typ A			Typ B		
Verbrauch	Mittelwert	Abweichung	Verbrauch	Mittelwert	Abweichung
7,0	8,1	1,1	7,6	8,1	0,5
7,4	8,1	0,7	7,7	8,1	0,4
7,8	8,1	0,3	7,8	8,1	0,3
7,9	8,1	0,2	7,8	8,1	0,3
8,0	8,1	0,1	7,9	8,1	0,2
8,2	8,1	0,1	7,9	8,1	0,2
8,2	8,1	0,1	8,1	8,1	0,0
8,3	8,1	0,2	8,3	8,1	0,2
8,4	8,1	0,3	8,4	8,1	0,3
8,6	8,1	0,5	8,5	8,1	0,4
9,3	8,1	1,2	8,5	8,1	0,4
Summe der Abweichungen		4,80	Summe der Abweichungen		3,8
Mittlere Abweichung 4,8:11 =		<b>0,44</b>	Mittlere Abweichung 3,8:12 =		<b>0,32</b>

Die mittlere Abweichung bei Typ A ist höher.  
 Die Werte bei Typ B scharen sich mehr um den Mittelwert.

A5	Ausführliche Lösung
	<p>Mittelwert: <math>\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i</math> mit n = 11 gilt:</p> <p><math>\bar{x} = \frac{1}{11} (3 + 8 + 12 + 5 + 7 + 8 + 9,5 + 11 + 14 + 6 + 8,5) = \frac{92}{11} = \underline{\underline{8,36}}</math></p> <p>Die Daten werden nach Größe geordnet:</p> <p>3   5   <u>6</u>   7   8   <u>8</u>   8,5   9,5   <u>11</u>   12   14</p> <p style="margin-left: 20px;"> <span style="margin-right: 40px;"><math>Q_1</math></span> <span style="margin-right: 40px;"><math>x_{Med}</math></span> <span><math>Q_3</math></span> </p> <p>Median: <math>x_{Med} = x_6 = \underline{\underline{8}}</math></p> <p>Quartil 1: <math>Q_1 = x_3 = \underline{\underline{6}}</math>      Quartil 3: <math>Q_3 = x_9 = \underline{\underline{11}}</math></p> <p>Quartilsabstand: <math>Q_A = Q_3 - Q_1 = 11 - 6 = \underline{\underline{5}}</math></p> <p>Ca. 50% der Daten liegen zwischen den Werten 6 und 11.</p>

A6	Ausführliche Lösung																																									
	<p><b>Spannweite und Median:</b></p> <p><i>männlich:</i></p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td><b>6</b></td><td>0</td><td></td><td>7</td><td>7</td><td>8</td><td>8</td></tr> <tr><td><b>7</b></td><td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td><td>6</td><td>8</td></tr> <tr><td><b>8</b></td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Spannweite: <math>R = 84 - 60 = \underline{\underline{24}}</math></p> <p>Median: <math>x_{Med} = x_7 = \underline{\underline{70}}</math></p> <p>Quartile: <math>Q_1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{67 + 68}{2} = \underline{\underline{67,5}}</math>      <math>Q_3 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{75 + 76}{2} = \underline{\underline{75,5}}</math></p> <p>Q-Abstand: <math>Q_A = Q_3 - Q_1 = 75,5 - 67,5 = \underline{\underline{8}}</math></p> <p><i>weiblich:</i></p> <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td><b>5</b></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td><b>6</b></td><td></td><td>0</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>4</td><td></td><td></td></tr> </table> <p>Spannweite: <math>R = 64 - 51 = \underline{\underline{13}}</math></p> <p>Median: <math>x_{Med} = \frac{x_7 + x_8}{2} = \frac{57 + 58}{2} = \underline{\underline{57,5}}</math></p> <p>Quartile: <math>Q_1 = x_4 = \underline{\underline{54}}</math>      <math>Q_3 = x_{11} = \underline{\underline{63}}</math></p> <p>Q-Abstand: <math>Q_A = Q_3 - Q_1 = 63 - 54 = \underline{\underline{9}}</math></p>	<b>6</b>	0		7	7	8	8	<b>7</b>	0	0	2	3	5	6	8	<b>8</b>			4					<b>5</b>	1	1	2	4	5	7	8	9	<b>6</b>		0	3	3	3	4		
<b>6</b>	0		7	7	8	8																																				
<b>7</b>	0	0	2	3	5	6	8																																			
<b>8</b>			4																																							
<b>5</b>	1	1	2	4	5	7	8	9																																		
<b>6</b>		0	3	3	3	4																																				

A6	Ausführliche Lösung
	<p><b>Boxplot:</b></p> <p>Körpergewicht in kg</p> <p>90</p> <p>80</p> <p>70</p> <p>60</p> <p>50</p> <p>40</p> <p><math>x_{max}</math></p> <p><math>Q_3</math></p> <p><math>x_{Med}</math></p> <p>50%</p> <p><math>Q_1</math></p> <p><math>x_{min}</math></p> <p>männlich</p> <p>weiblich</p> <p><math>x_{max}</math></p> <p><math>Q_3</math></p> <p><math>x_{Med}</math></p> <p><math>Q_1</math></p> <p><math>x_{min}</math></p>

A6	<b>Ausführliche Lösung</b>
	Vergleich der Darstellungen: Bei den Schülern liegt der Median viel höher als bei den Schülerinnen, sie bringen einfach mehr Gewicht auf die Waage. Der 50% - Bereich ist geringer, dafür ist die Spannweite fast doppelt so groß.