

Lösungen Streumaße II

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse				
	a)	Die durchschnittliche Tagestemperatur beträgt etwa 19,7 Grad.			
	b)	$x_{\text{Med}} = 20,35$; $Q_A = 4,3$; $R = 13,4$			
	c)	Siehe ausführliche Lösungen.			
E2	Ergebnisse				
	a)	Der Mittelwert nimmt um $\frac{3}{4}$ ab, er beträgt nun 73,26 kg.			
	b)	Der Mittelwert ändert sich um $\pm \frac{a}{n}$ er beträgt $\bar{x}_{\text{neu}} = \bar{x}_{\text{alt}} \pm \frac{a}{n}$			
E3	Ergebnisse				
	a)	Mittelwert Mädchen etwa 15,73, Mittelwert Jungen etwa 28,39.			
	b)	Mädchen	$R = 14$	$x_{\text{Med}} = 16$	$Q_A = 5$
		Jungen	$R = 22$	$x_{\text{Med}} = 27,5$	$Q_A = 10$
	Boxplot siehe ausführliche Lösungen.				
c)	Siehe ausführliche Lösungen.				
E4	Ergebnisse				
	a)	Mittelwert Stadt A etwa 9,417, Stadt B etwa 9,5.			
	b)	A	$x_{\text{Med}} = 9$	$Q_A = 5,5$	$R = 9$
		B	$x_{\text{Med}} = 9$	$Q_A = 11$	$R = 16$
	c)	<u>Stadt A</u>		<u>Stadt B</u>	
Mittelwert 9,17 Standardabweichung 2,985 Außerhalb des Intervalls liegen Jan, Feb, Mar, Jul, Aug, Sep.		Mittelwert 9,5 Standardabweichung 5,59 Außerhalb des Intervalls liegen Jan, Feb, Jun, Jul, Aug, Dez.			
d)	In den Städten A und B herrschen entgegengesetzte Wetterlagen.				
E5	Ergebnisse				
	a)	Säulendiagramm siehe ausführliche Lösungen			
	b)	Mittelwert etwa 80,057, Standardabweichung etwa 0,31.			
	c)	Der Median entspricht dem Wert für d (80,1). $Q_A = 0,4$.			
	d)	Der Fertigungsprozess ist mit 10% Ausschuss nicht besonders gut.			

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	a) Durchschnittliche Tagestemperatur: $n = 30 \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i = \frac{591,4}{30} \approx \underline{\underline{19,7}}$

A1	Ausführliche Lösung																																										
	b) Stängel- Blatt- Diagramm: <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 150px;">11</td> <td style="width: 100px;">8</td> <td></td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>14</td> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <td>15</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>16</td> <td>4</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>17</td> <td>5</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>18</td> <td>2</td> <td>5 5 9</td> </tr> <tr> <td>19</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>3</td> <td>4 6 7 8</td> </tr> <tr> <td>21</td> <td>0</td> <td>5 8</td> </tr> <tr> <td>22</td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>23</td> <td>5</td> <td>5 5 6</td> </tr> <tr> <td>24</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>25</td> <td>2</td> <td></td> </tr> </table> $x_{\text{Med}} = \frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) = \frac{1}{2}(20,3 + 20,4) = \underline{\underline{20,35}}$ $Q_1 = x_8 = \underline{\underline{17,9}}$ $Q_3 = x_{23} = \underline{\underline{22,2}}$ $Q_A = Q_3 - Q_1 = 22,2 - 17,9 = \underline{\underline{4,3}}$ $R = x_{30} - x_1 = 25,2 - 11,8 = \underline{\underline{13,4}}$	11	8		12	4		14	8		15	4		16	4	9	17	5	9	18	2	5 5 9	19	5		20	3	4 6 7 8	21	0	5 8	22	2		23	5	5 5 6	24	0	2	25	2	
11	8																																										
12	4																																										
14	8																																										
15	4																																										
16	4	9																																									
17	5	9																																									
18	2	5 5 9																																									
19	5																																										
20	3	4 6 7 8																																									
21	0	5 8																																									
22	2																																										
23	5	5 5 6																																									
24	0	2																																									
25	2																																										

A1	Ausführliche Lösung
	c) Im Jahr der Messung lag die Durchschnittstemperatur bei $19,7^\circ\text{C}$, also um $1,2^\circ\text{C}$ höher als der Durchschnitt der Durchschnittswerte, die über viele Jahre gemessen wurden ($18,5^\circ\text{C}$). Da wir aber nichts über die Streuung der gemittelten Durchschnittswerte wissen, lässt sich keine Aussage über eine klimatische Veränderung machen.

A2	Ausführliche Lösung	<p>a) Rechnung erfolgt ohne Einheit kg</p> $74 = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{32} x_i \quad \text{alter Mittelwert } \bar{x}_{\text{alt}} \mid \cdot 32$ $\Leftrightarrow 74 \cdot 32 = \sum_{i=1}^{32} x_i \quad \text{Summe der Gewichte alt,}$ <p style="text-align: center;">es erfolgt eine Abnahme um 24</p> $\Leftrightarrow 74 \cdot 32 - 24 = \sum_{i=1}^{32} x_i \quad \text{Summe der Gewichte neu} \quad : 32$ $\Leftrightarrow 74 - \frac{24}{32} = \frac{1}{32} \sum_{i=1}^{32} x_i = \bar{x}_{\text{neu}} \quad \text{neuer Mittelwert}$ <p>Der Mittelwert nimmt um $\frac{24}{32} = \frac{3}{4}$ ab, er beträgt nun <u><u>73,25 kg</u></u></p>
----	---------------------	---

A2	Ausführliche Lösung	<p>b) Rechnung erfolgt ohne Einheit kg</p> $\bar{x}_{\text{alt}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{alter Mittelwert } \bar{x}_{\text{alt}} \mid \cdot n$ $\Leftrightarrow \bar{x}_{\text{alt}} \cdot n = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Summe alt, es erfolgt eine Änderung um } \pm a$ $\Leftrightarrow \bar{x}_{\text{alt}} \cdot n \pm a = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Summe neu} \quad : n$ $\Leftrightarrow \bar{x}_{\text{alt}} \pm \frac{a}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}_{\text{neu}} \quad \text{neuer Mittelwert}$ <p>Der Mittelwert ändert sich um $\pm \frac{a}{n}$ er beträgt <u><u>$\bar{x}_{\text{neu}} = \bar{x}_{\text{alt}} \pm \frac{a}{n}$</u></u></p>
----	---------------------	--

A3	Ausführliche Lösung	<p>a)</p> <p>Mittelwert Mädchen: $n = 15 \quad \bar{x} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} x_i = \frac{236}{15} = \underline{\underline{15,7\bar{3}}}$</p> <p>Mittelwert Jungen: $n = 14 \quad \bar{x} = \frac{1}{14} \sum_{i=1}^{14} x_i = \frac{397,5}{14} \approx \underline{\underline{28,39}}$</p>
----	---------------------	--

A3	Ausführliche Lösung																																																		
	<p>b) Daten nach Größe geordnet</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>x_i</th> <th>x_1</th> <th>x_2</th> <th>x_3</th> <th>x_4</th> <th>x_5</th> <th>x_6</th> <th>x_7</th> <th>x_8</th> <th>x_9</th> <th>x_{10}</th> <th>x_{11}</th> <th>x_{12}</th> <th>x_{13}</th> <th>x_{14}</th> <th>x_{15}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>w</td> <td>9</td> <td>11,5</td> <td>12,5</td> <td style="color: blue;">13</td> <td>13,5</td> <td>14</td> <td>14,5</td> <td style="color: red;">16</td> <td>16</td> <td>17</td> <td>18</td> <td style="color: blue;">18</td> <td>20</td> <td>20</td> <td>23</td> </tr> <tr> <td>m</td> <td>16</td> <td>17</td> <td>23</td> <td style="color: blue;">25</td> <td>26,5</td> <td>26,5</td> <td style="color: red;">27</td> <td style="color: red;">28</td> <td>30</td> <td>31,5</td> <td style="color: blue;">35</td> <td>36</td> <td>38</td> <td>38</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Mädchen</p> <p>$R = x_{15} - x_1 = 23 - 9 = 14$</p> <p>$x_{\text{Med}} = x_8 = 16$</p> <p>$Q_1 = x_4 = 13$</p> <p>$Q_3 = x_{12} = 18$</p> <p>$Q_A = Q_3 - Q_1 = 18 - 13 = 5$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Jungen</p> <p>$R = x_{14} - x_1 = 38 - 16 = 22$</p> <p>$x_{\text{Med}} = (x_7 + x_8) / 2 = (27 + 28) / 2 = 27,5$</p> <p>$Q_1 = x_4 = 25$</p> <p>$Q_2 = x_{11} = 35$</p> <p>$Q_A = Q_3 - Q_1 = 35 - 25 = 10$</p> </td> </tr> </table> <p>Boxplot:</p>	x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	w	9	11,5	12,5	13	13,5	14	14,5	16	16	17	18	18	20	20	23	m	16	17	23	25	26,5	26,5	27	28	30	31,5	35	36	38	38		<p>Mädchen</p> <p>$R = x_{15} - x_1 = 23 - 9 = 14$</p> <p>$x_{\text{Med}} = x_8 = 16$</p> <p>$Q_1 = x_4 = 13$</p> <p>$Q_3 = x_{12} = 18$</p> <p>$Q_A = Q_3 - Q_1 = 18 - 13 = 5$</p>	<p>Jungen</p> <p>$R = x_{14} - x_1 = 38 - 16 = 22$</p> <p>$x_{\text{Med}} = (x_7 + x_8) / 2 = (27 + 28) / 2 = 27,5$</p> <p>$Q_1 = x_4 = 25$</p> <p>$Q_2 = x_{11} = 35$</p> <p>$Q_A = Q_3 - Q_1 = 35 - 25 = 10$</p>
x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}																																				
w	9	11,5	12,5	13	13,5	14	14,5	16	16	17	18	18	20	20	23																																				
m	16	17	23	25	26,5	26,5	27	28	30	31,5	35	36	38	38																																					
<p>Mädchen</p> <p>$R = x_{15} - x_1 = 23 - 9 = 14$</p> <p>$x_{\text{Med}} = x_8 = 16$</p> <p>$Q_1 = x_4 = 13$</p> <p>$Q_3 = x_{12} = 18$</p> <p>$Q_A = Q_3 - Q_1 = 18 - 13 = 5$</p>	<p>Jungen</p> <p>$R = x_{14} - x_1 = 38 - 16 = 22$</p> <p>$x_{\text{Med}} = (x_7 + x_8) / 2 = (27 + 28) / 2 = 27,5$</p> <p>$Q_1 = x_4 = 25$</p> <p>$Q_2 = x_{11} = 35$</p> <p>$Q_A = Q_3 - Q_1 = 35 - 25 = 10$</p>																																																		

A3	Ausführliche Lösung
	<p>c) Jungen werfen durchschnittlich weiter als Mädchen (um 12,66 m). Die Leistungen bei den Jungen streuen mehr als bei den Mädchen. Man kann sagen, die Gruppe der Mädchen ist leistungshomogener.</p>

A4	Ausführliche Lösung		
	<p>a) Mittelwerte:</p> <p>Synonym zu \bar{x} wird auch das Symbol $\langle x \rangle$ für den Mittelwert verwendet.</p> <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black;"> $\langle x_A \rangle = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{113}{12} = \underline{\underline{9,417}}$ </td> <td style="width: 50%;"> $\langle x_B \rangle = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{114}{12} = \underline{\underline{9,5}}$ </td> </tr> </table>	$\langle x_A \rangle = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{113}{12} = \underline{\underline{9,417}}$	$\langle x_B \rangle = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{114}{12} = \underline{\underline{9,5}}$
$\langle x_A \rangle = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{113}{12} = \underline{\underline{9,417}}$	$\langle x_B \rangle = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{114}{12} = \underline{\underline{9,5}}$		

A4	Ausführliche Lösung	
b)	A 5 6 6 7 9 9 9 10 11 13 14 14 B 2 3 3 4 7 8 10 13 13 16 17 18	
	A	B
	$x_{\text{Mod}_A} = (x_6 + x_7) / 2 = (9 + 9) / 2 = \underline{\underline{9}}$	$x_{\text{Mod}_B} = (x_6 + x_7) / 2 = (8 + 10) / 2 = \underline{\underline{9}}$
	$Q_{1A} = (x_3 + x_4) / 2 = (6 + 7) / 2 = \underline{\underline{6,5}}$	$Q_{1B} = (x_3 + x_4) / 2 = (3 + 4) / 2 = \underline{\underline{3,5}}$
	$Q_{3A} = (x_9 + x_{10}) / 2 = (11 + 13) / 2 = \underline{\underline{12}}$	$Q_{3B} = (x_9 + x_{10}) / 2 = (13 + 16) / 2 = \underline{\underline{14,5}}$
	$Q_{AA} = Q_{3A} - Q_{1A} = 12 - 6,5 = \underline{\underline{5,5}}$	$Q_{AB} = Q_{3B} - Q_{1B} = 14,5 - 3,5 = \underline{\underline{11}}$
	$R_A = x_{12} - x_1 = 14 - 5 = \underline{\underline{9}}$	$R_B = x_{12} - x_1 = 18 - 2 = \underline{\underline{16}}$

A4	Ausführliche Lösung																																																									
c)	Stadt A																																																									
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>i</th> <th>x_i</th> <th>$\langle x \rangle$</th> <th>$(x_i - \langle x \rangle)^2$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>13</td><td>9,417</td><td>12,838</td></tr> <tr><td>2</td><td>14</td><td>9,417</td><td>21,004</td></tr> <tr><td>3</td><td>14</td><td>9,417</td><td>21,004</td></tr> <tr><td>4</td><td>10</td><td>9,417</td><td>0,340</td></tr> <tr><td>5</td><td>9</td><td>9,417</td><td>0,174</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>9,417</td><td>5,842</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td><td>9,417</td><td>11,676</td></tr> <tr><td>8</td><td>5</td><td>9,417</td><td>19,510</td></tr> <tr><td>9</td><td>6</td><td>9,417</td><td>11,676</td></tr> <tr><td>10</td><td>9</td><td>9,417</td><td>0,174</td></tr> <tr><td>11</td><td>9</td><td>9,417</td><td>0,174</td></tr> <tr><td>12</td><td>11</td><td>9,417</td><td>2,506</td></tr> <tr><td></td><td>113</td><td></td><td>106,918</td></tr> </tbody> </table>	i	x_i	$\langle x \rangle$	$(x_i - \langle x \rangle)^2$	1	13	9,417	12,838	2	14	9,417	21,004	3	14	9,417	21,004	4	10	9,417	0,340	5	9	9,417	0,174	6	7	9,417	5,842	7	6	9,417	11,676	8	5	9,417	19,510	9	6	9,417	11,676	10	9	9,417	0,174	11	9	9,417	0,174	12	11	9,417	2,506		113		106,918	<p>$n = 12$</p> $\bar{x} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{113}{12} = \underline{\underline{9,417}}$ $s^2 = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{106,918}{12} = \underline{\underline{8,910}}$ $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{8,910} = \underline{\underline{2,985}}$ <p>$[\langle x \rangle - s; \langle x \rangle + s] = [6,432; 12,402]$</p> <p>Außerhalb dieses Intervalls liegen die Monate: Januar, Februar, März, Juli, August, September, also 6 Monate (50%)</p> <p><input type="checkbox"/> wenig Regen <input type="checkbox"/> viel Regen</p>
i	x_i	$\langle x \rangle$	$(x_i - \langle x \rangle)^2$																																																							
1	13	9,417	12,838																																																							
2	14	9,417	21,004																																																							
3	14	9,417	21,004																																																							
4	10	9,417	0,340																																																							
5	9	9,417	0,174																																																							
6	7	9,417	5,842																																																							
7	6	9,417	11,676																																																							
8	5	9,417	19,510																																																							
9	6	9,417	11,676																																																							
10	9	9,417	0,174																																																							
11	9	9,417	0,174																																																							
12	11	9,417	2,506																																																							
	113		106,918																																																							

A4		Ausführliche Lösung	
c)		Stadt B	
i	x_i	$\langle x \rangle$	$(x_i - \langle x \rangle)^2$
1	2	9,500	56,250
2	3	9,500	42,250
3	4	9,500	30,250
4	8	9,500	2,250
5	13	9,500	12,250
6	17	9,500	56,250
7	18	9,500	72,250
8	16	9,500	42,250
9	13	9,500	12,250
10	10	9,500	0,250
11	7	9,500	6,250
12	3	9,500	42,250
	114		375,000

$n = 12$

$$\bar{x} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{114}{12} = \underline{\underline{9,5}}$$

$$s^2 = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{375}{12} = \underline{\underline{31,250}}$$

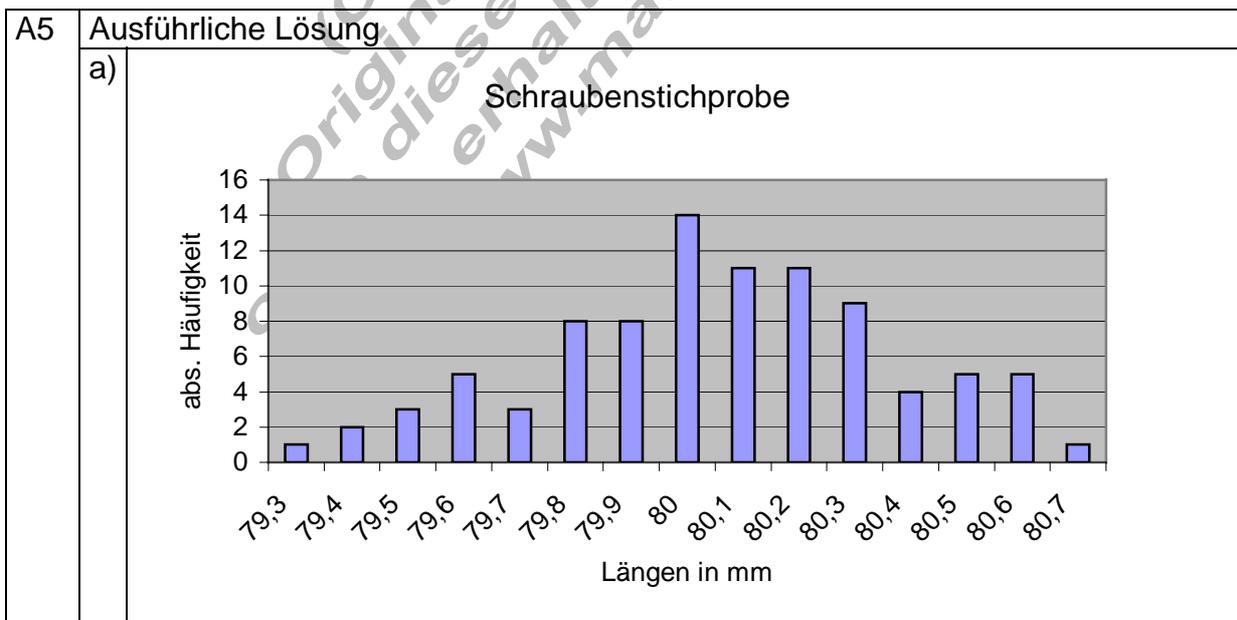
$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{31,250} = \underline{\underline{5,59}}$$

$[\langle x \rangle - s; \langle x \rangle + s] = [3,910; 15,090]$

Außerhalb dieses Intervalls liegen die Monate: Januar, Februar, Juni, Juli, August, Dezember, also 6 Monate (50%)

□ wenig Regen □ viel Regen

A4		Ausführliche Lösung	
d)		In den Städten A und B herrschen entgegengesetzte Wetterlagen. A: Im Winter*) wenig Regen, im Sommer viel Regen. B: Im Winter viel Regen, im Sommer wenig Regen. Ohne Temperaturangaben kann über das Klima so keine Aussage gemacht werden. *) Da Australien auf der Südhalbkugel liegt, sind Die Monate Juni, Juli, August Wintermonate.	



A5 Ausführliche Lösung						
b)	i	x_i	n_i	$x_i \cdot n_i$	\bar{x}	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
	1	79,3	1	79,3	80,057	0,573
	2	79,4	2	158,8	80,057	0,863
	3	79,5	3	238,5	80,057	0,931
	4	79,6	5	398,0	80,057	1,004
	5	79,7	3	239,1	80,057	0,382
	6	79,8	8	638,4	80,057	0,528
	7	79,9	8	629,2	80,057	0,197
	8	80,0	14	1120,0	80,057	0,045
	9	80,1	11	881,1	80,057	0,020
	10	80,2	11	882,2	80,057	0,225
	11	80,3	9	722,7	80,057	0,531
	12	80,4	4	321,6	80,057	0,471
	13	80,5	5	402,5	80,057	0,981
	14	80,6	5	403,0	80,057	1,474
	15	80,7	1	80,7	80,057	0,413
			90	7205,1		8,678

$$n = \sum_{i=1}^{15} n_i = \underline{\underline{90}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{90} \sum_{i=1}^{15} x_i \cdot n_i = \frac{7205,1}{90} = \underline{\underline{80,057}}$$

$$s^2 = \frac{1}{90} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i = \frac{8,678}{90} = 0,096$$

$$s = \sqrt{0,096} = \underline{\underline{0,31}}$$

A5 Ausführliche Lösung	
c)	<p>79,3 x</p> <p>79,4 x x</p> <p>79,5 x x x</p> <p>79,6 x x x x x</p> <p>79,7 x x x</p> <p>79,8 x x x x x x x</p> <p>79,9 x x x x x x x</p> <p>80,0 x x x x x x x x x x x x</p> <p>80,1 x x x x x x x x x x</p> <p>80,2 x x x x x x x x x x</p> <p>80,3 x x x x x x x x</p> <p>80,4 x x x x</p> <p>80,5 x x x x x</p> <p>80,6 x x x x x</p> <p>80,7 x</p>
	<p>$Q_1 = x_{23} = 79,9$</p> <p>$x_{Med} = (x_{45} + x_{46}) / 2 = \underline{\underline{80,1 = d}}$</p> <p>$Q_3 = x_{68} = 80,3$</p> <p>$Q_A = Q_3 - Q_1 = 80,3 - 79,9 = 0,4$</p>

A5 Ausführliche Lösung	
d)	<p>Ausschuss wenn $x \notin \{x \mid 79,5 \leq x \leq 80,5\}_{\mathbb{R}}$</p> <p>Das sind 9 Schrauben von insgesamt 90, also 10%.</p> <p>Quartilsabstand $Q_A = 0,4$ bedeutet, etwa 50% aller Schrauben haben eine Länge vom 80 mm mit einer Abweichung von maximal $\pm 0,2$ mm.</p> <p>Die andere Hälfte der Schrauben haben eine noch höhere Abweichung.</p> <p>Der Fertigungsprozess ist nicht besonders gut.</p>