Lösungen Statistik Vermischt I

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	In der Stadt B muss die Feuerwehr häufiger ausrücken als in der Stadt A Diagramm siehe ausführliche Lösungen.

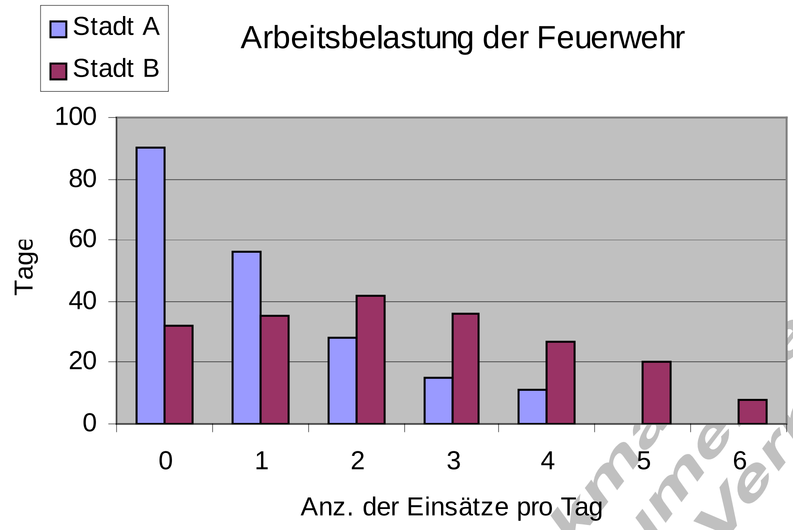
E2	Ergebnisse	
	a)	Häufigkeitstabelle siehe ausführliche Lösungen.
	b)	Spannweite = 7, Median = 4,5, Modalwert = 8. Die Einheit der ausgewerteten Daten sind Tage.
	c)	Durchschnittliche Zahl der Fehltage ist 4,5.
	d)	Quartilsabstand = 2,5. Boxplot siehe ausführliche Lösung.

E3	Ergebnis
	Das durchschnittliche Einkommen beträgt: 126,82 €. Die Standardabweichung beträgt 86,95 € (große Streuung).

E4	Ergebnisse	
	a)	Säulendiagramm siehe ausführliche Lösungen.
	b)	In den Jahren 1995 bis 2002 wurden durchschnittlich 2379 Personen in den 8 Krankenhäusern des Landkreises im Pflegedienst beschäftigt.
	c)	Die Daten streuen in einem Bereich von 92 (Spannweite).
	d)	Median = 2371,5. 50% aller Datenwerte sind kleiner als der Median (liegen links davon). 50% aller Werte sind größer als der Median (liegen rechts davon).
	e)	Standardabweichung etwa 31,61. Bedeutung der Standardabweichung: Die Standardabweichung ist die Wurzel aus dem Mittelwert der quadratischen Abweichungen vom Mittelwert der Datenreihe. Sie ist ein Maß dafür wie sehr die Daten der Datenreihe um den Mittelwert streuen.

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung



In der Stadt B muss die Feuerwehr häufiger ausrücken als in der Stadt A.

A: $56 \cdot 1 + 28 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 11 \cdot 4 = 201$ mal

B: $35 \cdot 1 + 42 \cdot 2 + 36 \cdot 3 + 27 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 8 \cdot 6 = 483$ mal

Tage ohne Einsatz:

A: 90 von 200 $\Rightarrow \frac{90}{200} = 0{,}45 \mathrel{\hat{=}} 45\%$ B: 23 von 200 $\Rightarrow \frac{32}{200} = 0{,}16 \mathrel{\hat{=}} 16\%$

A2 Ausführliche Lösung

a) Häufigkeitstabelle:

Schüler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fehltage x_i	1	4	6	5	4	2	4	6	3	5	8	6

A2 Ausführliche Lösung

b) Fehltage geordnet:

1	2	3	4	4	4	5	5	6	6	6	8
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}

Spannweite: $R = x_{12} - x_1 = 8 - 1 = \underline{\underline{7}}$

Median: $x_{Med} = \frac{1}{2}(x_6 + x_7) = \frac{1}{2}(4+5) = \underline{\underline{4{,}5}}$

Modalwert: $x_{Mod} = x_{12} = \underline{\underline{8}}$

Die Einheit der ausgewerteten Daten sind $\underline{\underline{\text{Tage}}}$

A2	Ausführliche Lösung
	c) Durchschnittliche Zahl der Fehltage:
	$n = 12 \quad \bar{x} = \frac{1}{12}(1+2+3+3\cdot 4+2\cdot 5+3\cdot 6+8) = \underline{\underline{4{,}5}}$

A2 Ausführliche Lösung

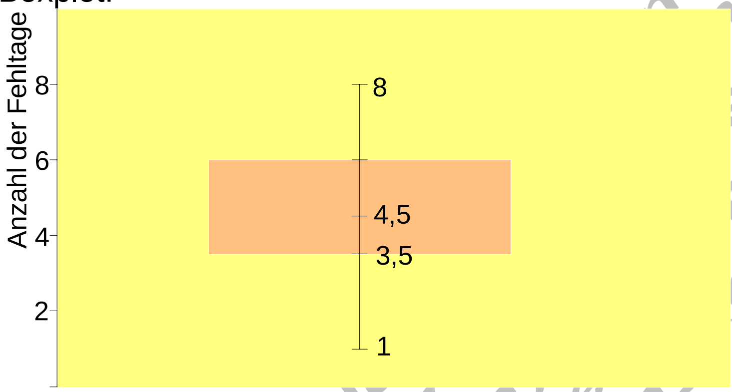
d)

Quartil 1: $Q_1 = \frac{1}{2}(x_3 + x_4) = \frac{1}{2}(3+4) = \underline{\underline{3{,}5}}$

Quartil 3: $Q_3 = \frac{1}{2}(x_9 + x_{10}) = \frac{1}{2}(6+6) = \underline{\underline{6}}$

Quartilsabstand: $Q_A = Q_3 - Q_1 = 6 - 3{,}5 = \underline{\underline{2{,}5}}$

Boxplot:



Fehltage von Schülern

A3 Ausführliche Lösung

Verdienst in €	$0 \le x < 20$	$20 \le x < 50$	$50 \le x < 100$	$100 \le x < 150$
abs. Häufigkeit n_i	15	20	12	26
Klassenmitte m_i	10	35	75	125
Verdienst in €	$150 \le x < 200$	$200 \le x < 300$	$300 \le x < 400$	
abs. Häufigkeit n_i	35	10	6	
Klassenmitte m_i	175	250	350	

i	m_i	n_i	$m_i \cdot n_i$	$\bar{x}$	$(m_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$
1	10	15	150	126,815	204686,163
2	35	20	700	126,815	168599,885
3	75	12	900	126,815	32217,513
4	125	26	3250	126,815	85,650
5	175	35	6125	126,815	81262,798
6	250	10	2500	126,815	151745,442
7	350	6	2100	126,815	298869,265
		124	15725		937466,734

$n = \sum_{i=1}^{7} n_i = 124$

$\bar{x} = \frac{1}{124}\sum_{i=1}^{7} m_i \cdot n_i = \frac{15725}{124} = \underline{\underline{126{,}815}}$

$s^2 = \frac{1}{124}\sum_{i=1}^{7}(m_i - \bar{x})^2 \cdot n_i$

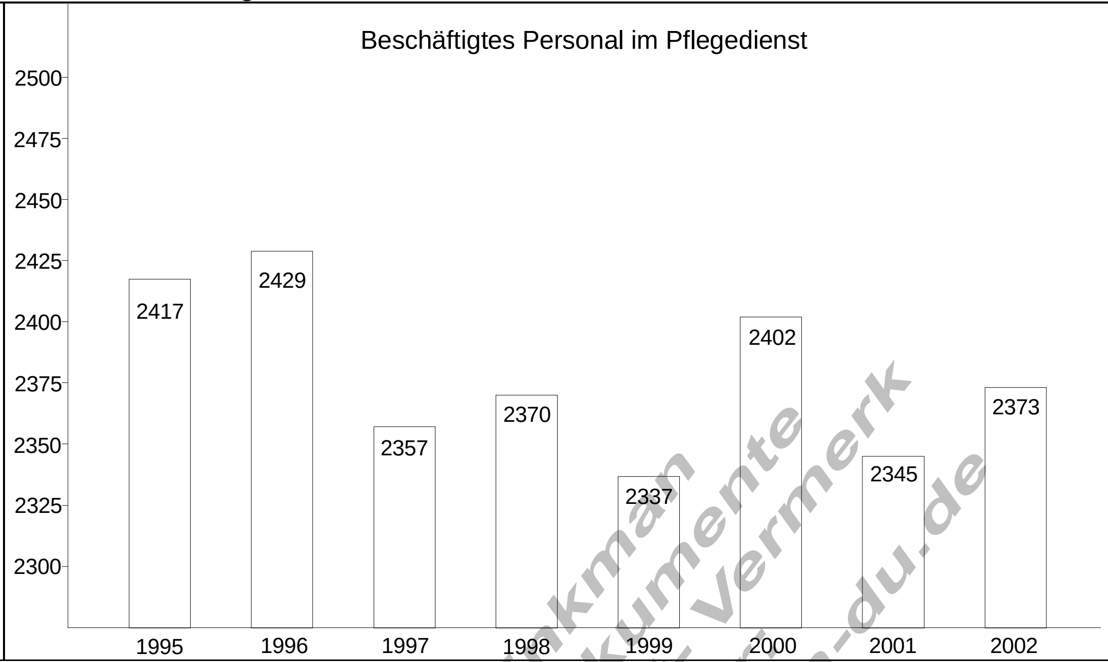
$= \frac{937466{,}734}{124} = \underline{\underline{7560{,}216}}$

$s = \sqrt{7560{,}216} = \underline{\underline{86{,}95}}$

Das durchschnittliche Einkommen beträgt: 126,82 €.
Die Standardabweichung beträgt 86,95 € (große Streuung).

A4 Ausführliche Lösung

a)



A4 Ausführliche Lösung

b) Mittelwert: $\bar{x} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} x_i$

$$\bar{x} = \frac{2417+2429+2357+2370+2337+2402+2345+2373}{8} = \frac{19030}{8} = \underline{\underline{2378{,}75}}$$

In den Jahren 1995 bis 2002 wurden durchschnittlich 2379 Personen in den 8 Krankenhäusern des Landkreises im Pflegedienst beschäftigt.

A4 Ausführliche Lösung

c) Daten werden nach Größe sortiert:

2337 2345 2357 2370 2373 2402 2417 2429

Der Streubereich ist die Spannweite.

Spannweite : $R = x_{max} - x_{min} = 2429 - 2337 = \underline{\underline{92}}$

Die Daten streuen in einem Bereich von 92.

A4 Ausführliche Lösung

d) Der Median (Zentralwert).

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	2337	2345	2357	2370	2373	2402	2417	2429

Für eine gerade Anzahl n von Beobachtungswerten gilt: $x_{Med} = \frac{1}{2}\left(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}\right)$

$$n = 8 \Rightarrow x_{Med} = \frac{1}{2}(x_4 + x_5) = \frac{1}{2}(2370 + 2373) = \underline{\underline{2371{,}5}}$$

50% aller Datenwerte sind kleiner als der Median (liegen links davon).

50% aller Werte sind größer als der Median (liegen rechts davon).

A4	Ausführliche Lösung

e)

i	x_i	$\overline{x}$	$x_i - \overline{x}$	$\left(x_i - \overline{x}\right)^2$
1	2417	2378,75	38,25	1463,06
2	2429	2378,75	50,25	2525,06
3	2357	2378,75	−21,75	473,06
4	2370	2378,75	−8,75	76,56
5	2337	2378,75	−41,75	1743,06
6	2402	2378,75	23,25	540,56
7	2345	2378,75	−33,75	1139,06
8	2373	2378,75	−5,75	33,06
	19030			7993,48

Varianz: $s^2 = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}\left(x_i - \overline{x}\right)^2$

$s^2 = \frac{7993,48}{8} = 999,19$

Standardabweichung: $s = \sqrt{s^2}$

$s = \sqrt{999,19} = \underline{\underline{31,61}}$

Die Standardabweichung beträgt 31,61.

Bedeutung der Standardabweichung:
Die Standardabweichung ist die Wurzel aus dem Mittelwert der quadratischen Abweichungen vom Mittelwert der Datenreihe. Sie ist ein Maß dafür wie sehr die Daten der Datenreihe um den Mittelwert streuen.