

Verknüpfung von Ereignissen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Ein Würfel wird einmal geworfen. Es werden zwei Ereignisse festgelegt.

A: Die Augenzahl ist größer als 3 B: Die Augenzahl ist eine gerade Zahl

Ein neues Ereignis wird wie folgt festgelegt:

C: Die Augenzahl ist größer als 3 **und** die Augenzahl ist eine gerade Zahl.

Das Ereignis C ist eine **und – Verknüpfung** aus A und B.

Wie lautet die Ereignismenge C?

Lösung:

$$A = \{4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow C = \{4; 6\}$$

In der Mengenschreibweise bedeutet das

$C = A \cap B$ Schnittmenge von A und B = **und - Verknüpfung** von A und B

Übung: Ein neues Ereignis wird wie folgt festgelegt:

D: Die Augenzahl ist größer als 3 **oder** die Augenzahl ist eine gerade Zahl. Das Ereignis D ist eine **oder – Verknüpfung** aus A und B.

Wie lautet die Ereignismenge D?

Lösung: $A = \{4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\} \Rightarrow D = \{2; 4; 5; 6\}$

In der Mengenschreibweise bedeutet das

$D = A \cup B$ Vereinigungsmenge von A und B = **oder - Verknüpfung** von A und B

Um Verknüpfungen von Ereignissen bilden zu können ist es nötig, einen kleinen Einblick in die Mengenlehre zu nehmen.

Mengenlehre Exkurs I

Zahlenmengen

Eine Zahlenmenge ist eine Zusammenfassung von unterscheidbaren Zahlen.
Mengen werden mit großen lateinischen Buchstaben bezeichnet.

Beispiel

$$M = \{2; 4; 6; 8; 10\}$$

2 ist ein Element von M $2 \in M$

6 ist ein Element von M $6 \in M$

3 ist kein Element von M $3 \notin M$

Schreibweise für Mengen

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ aufzählende Darstellung

$A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{N}}$ beschreibende Darstellung

in Worten: A ist die Menge aller x, für die gilt,
x ist eine natürliche Zahl von 1 bis 5

$$B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{ \} \quad \text{leere Menge}$$

Die leere Menge enthält kein Element.

Symbolik: $\{ \} = \emptyset$ äquivalente Schreibweise für leere Menge
 \wedge bedeutet logisches und

Verknüpfung von Mengen

Die Schnittmenge von A und B

$$A = \{a; b; c; d; e; f; g\}$$

$$B = \{e; f; g; h; i; j\}$$

Die Schnittmenge von A und B

$$A \cap B \quad (\text{A geschnitten B})$$

$$C = A \cap B = \{e; f; g\}$$

$A \cap B$ enthält alle Elemente,

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$$

die in A und gleichzeitig in B liegen.

$x \in A \cap B$ heißt: x liegt in A und in B

Die **Schnittmenge** ist eine **und – Verknüpfung** zwischen Mengen

Die Vereinigungsmenge von A und B

$$A = \{-4; -2; 1\}$$

$$B = \{2; 4; 6\}$$

$A \cup B$ enthält alle Elemente,

$$A \cup B = \{-4; -2; 1; 2; 4; 6\}$$

die in A oder in B liegen.

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

$x \in A \cup B$ heißt:

x liegt in A oder in B

oder

x liegt in beiden Mengen.

Die **Vereinigungsmenge** ist eine **oder – Verknüpfung** zwischen Mengen

Mengenzeichen

zwischen zwei Mengen

\cap geschnitten

\cup vereinigt

Logische Zeichen

zwischen zwei Aussageformen

\wedge logisches und

\vee logisches oder

Die Teilmenge von A

Die gegebene Menge B ist eine Teilmenge von A, denn jedes Element von B befindet sich auch in A

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \quad B = \{2; 4; 6\}$$

$B \subset A$ bedeutet B ist eine Teilmenge von A

Die Differenzmenge (Restmenge) zweier Mengen A und C

Die Differenzmenge von A und B enthält alle Elemente von A, die nicht in B liegen.

$$A = \{1; 4; 9\}$$

$$B = \{0; 2; 4; 6\}$$

$$A \setminus B = \{1; 9\}$$

$A \setminus B$ in Worten: A ohne B

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

\setminus : bedeutet ohne

$x \in A \setminus B$ heißt: x liegt in A, aber nicht in B.

Beispiele zu verknüpften Ereignissen

Der Würfel wird wiederum einmal geworfen. Folgende Ereignisse werden festgelegt.

A: Die Augenzahl ist kleiner als 4

B: Die Augenzahl ist eine ungerade Zahl

C: [4 ; 5]

Bilden Sie $A \cap B$ und beschreiben Sie die Menge in Worten

Lösung:

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow A \cap B = \{1; 3\}$$

$A \cap B$: Die Augenzahl ist kleiner als 4 **und** eine ungerade Zahl

Bilden Sie $A \cup B$ und beschreiben Sie die Menge in Worten

Lösung:

$$A = \{1; 2; 3\} \quad B = \{1; 3; 5\} \quad \Rightarrow A \cup B = \{1; 2; 3; 5\}$$

$A \cup B$: Die Augenzahl ist kleiner als 4 **oder** eine ungerade Zahl

Bilden Sie $\bar{A} \cap B$ und beschreiben Sie die Menge in Worten

Lösung:

$$A = \{1;2;3\} \Rightarrow \bar{A} = \{4;5;6\} \quad \text{Die Augenzahl ist größer als 3}$$

$$B = \{1;3;5\} \quad \text{Die Augenzahl ist eine ungerde Zahl}$$

$$\bar{A} \cap B = \{5\} \quad \text{Die Augenzahl ist größer als 3 und eine ungerade Zahl}$$

Bilden Sie $A \cap C$ und beschreiben Sie die Menge in Worten

Lösung:

$$A = \{1;2;3\} \quad C = \{4;5\} \Rightarrow A \cap C = \{ \} = \emptyset$$

$A \cap C$: Die Augenzahl ist kleiner als 4 und 4 oder 5

Ein solches Ereignis nennt man **unvereinbar**

Unvereinbare Ereignisse	Die und - Verknüpfung zweier Ereignisse A und B heißt unvereinbar , wenn deren Schnittmenge leer ist, also $A \cap B = \emptyset$ Die und - Verknüpfung von A mit \bar{A} ist stets unvereinbar da gilt: $A \cap \bar{A} = \emptyset$
--------------------------------	---

Merke:	Es gilt stets: $E \cup \bar{E} = S$ $E \cap \bar{E} = \emptyset$ $E \cup S = S$ $E \cap S = E$
---------------	---